

# ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

УДК 659.519.2

Г.А. Шматов, канд. физ.-мат. наук, доцент,<sup>1</sup>  
г. Екатеринбург, Россия

## ВЫЧИСЛЕНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ЭФФЕКТИВНОГО ОХВАТА МУЛЬТИМЕДИЙНОЙ РЕКЛАМЫ

Условием эффективности планирования рекламы является использование научных методов размещения рекламы. Использование количественных методик медиапланирования увеличивает эффективность рекламного воздействия. Проблема оценки эффективности рекламы является до настоящего времени не решенной. Эффективность рекламы зависит от двух факторов: творческой концепции рекламного сообщения и оптимизации размещения рекламы. Весьма часто роль второго из этих факторов недооценивается. В этой связи развитие аналитической теории медиапланирования является весьма актуальным. Проблема эффективности рекламы изучается весьма продолжительное время. Наиболее подробно исследованы вопросы эффективности воздействия рекламных сообщений на аудиторию. В настоящей работе развивается экономико-математическая теория медиапланирования. В рамках этой теории проведен анализ спектров охвата аудитории; развивается методика вычисления мультимедийных эффективных охватов аудитории; дается определение понятия риска размещения рекламы в СМИ и приводится методика его вычисления; излагаются методы моделирования эффектов синергии рекламных контактов; решаются задачи оптимизации размещения рекламы.

**Ключевые слова:** медиапланирование, эффективный охват аудитории, спектр охвата, оптимизация, мультимедиа, рекламные контакты, эффективность рекламы.

### Проблематика и актуальность темы исследования

Проблема оценки и прогнозирования эффективности рекламы и оптимизации рекламного бюджета является до настоящего времени не решенной. В силу важности этой проблемы для решения не только экономических, но и маркетинговых, коммуникационных, социальных задач, тема настоящего исследования является весьма актуальной. Актуальность темы исследования определяется ведущей ролью систем коммуникаций и рекламы, которую они играют в экономической, социальной и других сферах жизни современного общества. Одной из важнейших экономических целей является повышение *эффективности*, которое достигается в процессе *максимизации* экономических показателей системы при заданных ресурсах или в процессе *минимизации* затрат при заданных показателях экономической системы. *Мар-*

*кетинг* как система управления фирмой и *реклама* как один из видов коммуникации между производителем и потребителями являются *технологиями реализации* экономических целей. Реальная практика и исследования показали, что наличие эффективной рекламы является *необходимым* условием для решения таких экономических задач, как максимизация прибыли компании; увеличение спроса; снижение цен и повышение качества продукции; улучшение уровня удовлетворенности и уровня жизни потребителей; обеспечение финансовой независимости СМИ, развитие систем коммуника-

<sup>1</sup> Шматов Георгий Артемович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, доцент кафедры интегрированных маркетинговых коммуникаций и брендинга Уральского федерального университета имени первого Президента России Б.Н. Ельцина, г. Екатеринбург, Россия (620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 19); e-mail: sga36@mail.ru.

ций. Объем российского медиа рекламного рынка, по данным Ассоциации коммуникационных агентств России, приведенным на сайте <http://www.akarussia.ru>, составил 327,8 млрд руб. в 2013 г. и 340,1 млрд руб. в 2014 г., что существенно превышает как кризисные (186,4 млрд руб. – в 2009 г.), так и докризисные (257,2 млрд руб. – в 2008 г.) показатели. Указанный объем рекламного рынка свидетельствует об актуальности задачи его оптимизации, поскольку инвестиции в рекламу могут быть либо эффективными, либо неэффективными, что приводит к убыткам, прямым или в виде упущенной выгоды. Обязательным условием эффективности планирования рекламы является использование *научно обоснованных методов* и разработанной с помощью этих методов *технологии* оптимального размещения рекламы. Поскольку использование количественных методик медиапланирования увеличивает эффективность рекламного воздействия на потребительское поведение, развитие аналитической теории медиапланирования является весьма актуальным.

#### Степень изученности и проработанности проблемы

Реклама является составной частью системы маркетинговых коммуникаций, основной целью которой является решение таких экономических задач, как влияние на продажи и спрос посредством удовлетворения нужд и запросов потребителей.

Процесс планирования размещения рекламы в СМИ осуществляется с помощью технологии медиапланирования (*media planning*), результатом которой является оптимизация размещения рекламы в соответствии с выбранным критерием эффективности. Эффективность рекламы оценивается по ее влиянию на потребительское поведение. Влияние рекламы на принятие потребительских решений зависит от двух основных факторов, к которым относятся:

- *творческая концепция* рекламного сообщения и ее реализация,

- использование инновационных методик и *технологий планирования*, позволяющих оптимизировать размещение рекламы и рекламный бюджет.

Весьма часто роль второго из этих факторов недооценивается. Важность этого фактора подтверждается как текущей рекламной практикой, так и соответствующими исследованиями. Так, дю Плесси в книге «Психология рекламного влияния» пишет: «Неэффективный график размещения рекламы может сделать эффективную рекламу совершенно неэффективной... Я ... обнаружил исследования..., в которых реклама признана не годной для использования за ее содержание, тогда как проблемой была не реклама, а график ее размещения» [1, с. 34]. В монографиях [2–7] изложены методы планирования эффективной рекламы и приведен фактический материал, подтверждающий эффективность использования методов планирования размещения рекламы.

Вопросы, связанные с исследованием *проблемы эффективности* рекламы, изучаются весьма продолжительное время. На начальном этапе научного исследования рекламы наиболее интенсивно исследовались вопросы *эффективности воздействия* рекламных сообщений на аудиторию, для чего использовались методы *наблюдения* и *эксперимента* (К. Хопкинс и Д. Старч, 20-е гг. XX в. [8–10]). Затем по мере роста числа средств рекламы актуальной задачей стало изучение *взаимодействия СМИ и целевых аудиторий*, в процессе которого интенсивно использовались методы *социологических исследований* и *статистические методы* анализа (исследование *медиапредпочтений* целевых аудиторий, измерение *рейтингов* СМИ). В целях увеличения эффективности рекламы с 1960-х гг. разрабатываются *математические модели*, позволяющие *прогнозировать* результаты размещения рекламы с помощью компьютерных программ.

К настоящему времени в области изучения эффективности рекламы накоплен обширный материал, полученный в процессе исследований и анализа рекламной деятельности такими учеными и практиками, как Дж. Гэллап, А. К. Нильсен, Х. А. Цильске, Г. Кругман, М. Дж. Нейплз, Дж. Остроу, Дж. Сиссорс, Дж. Р. Росситер, Л. Перси, Д. А. Аакер, Дж. Ф. Джоунс, Э. Эфрон и др. [11–15]<sup>2</sup>. Полученные результаты лежат в основе современной теории и практики размещения рекламы (теория эффективной частоты М. Нейплза, Г. Кругмана, Дж. Остроу, Дж. Р. Росситера и Л. Перси; теория Recency Дж. Ф. Джоунса, Э. Эфрона). Весомый вклад в изучение рекламы внесли отечественные ученые и практики: О. Феофанов, И. В. Крылов, А. П. Репьев, И. Я. Рожков, В. П. Коломиец, А. И. Донцов, А. Н. Овчаренко, А. Х. Кутлалиев, А. Попов, М. М. Назаров, А. Н. Назайкин и др. [16–17].

Методы планирования размещения рекламы в СМИ (методы медиапланирования) основаны на исследованиях *коммуникативных* характеристик СМИ и *потребительского поведения* целевых аудиторий. Эти исследования являются, как правило, синдикативными и постоянно проводятся многими исследовательскими компаниями (напр., А. С. Nielsen, GfK Group, TNS Россия, Comcon и др.). Размещение рекламы в СМИ производится на основе полученных в этих исследованиях баз медиаданных (NRS, TV Index, Radio Index, R-TGI и др.) с помощью компьютерных программ (Galileo, PaloMARS, TV Planet, Super Nova, CRATE и др.). Использование большинства из имеющихся программ для планирования размещения рекламы сталкивается с трудностями, ограничивающими возможность их практического применения, особенно при планировании местной и региональной рекламы. К этим трудностям относят-

ся отсутствие рейтинговых баз для многих регионов России, мономедийный характер планирования, привязанность программ к базам данных конкретного формата, высокая стоимость, закрытость методик, отсутствие возможности оценки экономической эффективности рекламы.

В работе компьютерных программ по медиапланированию используются *аналитические модели*, в частности модели оценки частотного распределения, развитые на основе методов математического моделирования в работах Р. А. Метерингэма, Дж. М. Агостини, П. Хофмана, П. Дж. Данаера, Р. Т. Руста, Л. Фридмана и др. [18–20]. Однако с помощью этих моделей возможно решение лишь частных задач медиапланирования, поскольку они не объединены в рамках единой теории вычисления всех нужных для планирования рекламы характеристик. Практическое использование перечисленных моделей затрудняется необходимостью измерения большого числа параметров. Эти модели не позволяют в единой схеме *вычислять* такие показатели, как эффективный мультимедийный охват, долю рекламного голоса, *оценивать* экономическую эффективность рекламы, *решать* задачи оптимизации мультимедийного размещения. Таким образом, отсутствие *единой методологии и экономико-математической теории* медиапланирования ограничивает возможности планирования рекламы, особенно местной и региональной, без эффективного функционирования которых невозможно развитие ни малого и среднего бизнеса, ни экономики в целом. Для оценки эффективности планируемой рекламы необходимо построение такой теории, которая, с одной стороны, основывается на *данных* исследований, обеспечивающих *соответствие* результатов планирования возможным реальным ситуациям (проблема адекватности), а с другой – является *доступной* для практического использования. Задача формирования такой теории, позволяющей на

<sup>2</sup> Здесь и далее порядок перечисления авторов определяется исходя из хронологии работ.

основе экономико-математических методов осуществлять планирование *всего процесса* размещения рекламы в *реальных* условиях работы менеджера, вычислять все коммуникативные характеристики рекламы, оценивать ее экономическую эффективность, осуществлять оптимизацию бюджета и размещения рекламы, поставлена в работе [21]. В настоящей работе в рамках этой теории исследуются закономерности изменения аудитории, имевшей контакты с рекламой, в зависимости от числа контактов, числа размещений рекламы, параметров эффективности и параметров медиа, вычисляются целевые функции, с помощью которых проводится оптимизация размещения рекламы и рекламного бюджета.

#### **Методы и подходы к решению задач оптимизации размещения рекламы**

Для поиска решений рекламных и маркетинговых задач необходимо использовать различные методы исследования: экспериментальные и теоретические, качественные и количественные, в том числе наблюдение, эксперимент, математические методы и другие составляющие *научного метода*, использование которого привело к прогрессу как естественных наук, так и наук, связанных с человеческой деятельностью. Применение научного метода для решения экономических задач связано с учетом ряда *особенностей*, обусловленных *спецификой* предметной области исследования. Основной особенностью использования научного метода для решения экономических и рекламных задач является необходимость тесной взаимосвязи качественных и экспериментальных методов, используемых для разработки эффективных рекламных сообщений, со статистическими и аналитическими методами, используемыми для эффективного размещения рекламных сообщений в СМИ.

В качестве теоретической основы исследования в настоящей работе используются *экономико-математические методы* (теория вероятностей, математическая статисти-

стика, методы оптимизации и др.) *совместно* с методами прикладных маркетинговых, рекламных и медиаисследований, в ходе которых производится измерение параметров теории для конкретной рыночной ситуации. Совместное использование этих методов позволяет не только *описать* и *объяснить* закономерности исследуемых явлений в рамках определенной экономико-математической модели, но и *управлять* процессами размещения информации на основе *оптимизации целевых функций*, в которых в качестве *параметров* используются данные измерений характеристик медиапотребления населения и целевых рынков. Совокупность математических понятий, методов и моделей, используемых в теории медиапланирования, имеет свою внутреннюю структуру и логику и может быть названа *медиа-математикой*, аналогично тому, как совокупность математических методов, используемых в финансовом анализе, представляет собой предмет финансовой математики. Медиа-математика как научная дисциплина относится к комплексу *экономико-математических методов*, которые используются для теоретического исследования социально-экономических систем. Более подробно вопросы методологии исследования изложены в работе [22].

#### **Полученные результаты и их анализ**

**Основные понятия теории.** Основными коммуникативными понятиями теории медиапланирования являются понятия *медиасобытия*, *рейтинга*, *предельного охвата*. Для прессы (газеты, журналы) медиасобытие – это выход в свет *одного* номера (выпуска) издания. Для электронных СМИ (телевидение, радио) медиасобытие – это *эфирное событие* определенной длительности (минута, 15 минут и т. п.), относящееся к какому-то определенному моменту времени в сетке суточного вещания того или иного теле- или радиоканала. В теории и практике медиапланирования рассматриваются медиасобытия, *связанные с разме-*

щением рекламы в СМИ. Число размещений рекламы в том или ином СМИ находится с помощью процедуры оптимизации и зависит от цели рекламы, длительности рекламной кампании, параметров СМИ.

Важное значение при выборе схемы размещения рекламы играет параметр забывания – промежуток времени после размещения, в течение которого доля аудитории, помнящая рекламное сообщение, уменьшается на определенную величину (например, вдвое). Параметр забывания, как показывают исследования Д. Старча, Х.А. Цильске и др., может изменяться в широких пределах в зависимости от разных факторов (критерия забывания, типа СМИ, интенсивности рекламы, параметров рекламного сообщения). Зависимость охвата аудитории от параметров периодического размещения рекламы, в том числе параметра забывания, исследована в работе [23].

Сформулируем основные понятия теории медиапланирования, необходимые для решения поставленных в данной работе задач, а именно: понятия рейтинга, предельного охвата, охвата аудитории, спектра охвата, эффективного охвата.

*Рейтинг* медиа  $R$ : с одной стороны, это средняя доля целевой аудитории, имевшей контакт с одним медиасобытием (одним номером издания или с определенным эфирным событием); с другой стороны, это вероятность того, что случайно выбранный из целевой аудитории человек имел контакт с одним медиасобытием.

*Предельный охват*  $G^\infty$  – это доля целевой аудитории, имевшей хотя бы один контакт с медиа при сколь угодно большом числе медиасобытий; вероятность того, что случайно выбранный из целевой аудитории человек имел контакт хотя бы с одним медиасобытием при сколь угодно большом числе медиасобытий.

*Целевая аудитория* (ЦА) представляет собой множество реальных или потенциальных потребителей, являющихся объектом рекламного воздействия.

Сформулируем определение *охвата* аудитории, который достигается за  $t$  медиасобытий, связанных с размещением рекламы.

*Охват*  $G(t)$  – это доля целевой аудитории, имевшей хотя бы один контакт с медиа за  $t$  одинаковых медиасобытий (с одинаковым рейтингом, предельным охватом); вероятность того, что случайно выбранный из целевой аудитории человек имел хотя бы один контакт с медиа за  $t$  одинаковых медиасобытий.

*Спектр* (частотное распределение) *охвата*,  $g(f)$  – доля целевой аудитории, имевшей ровно  $f$  контактов с медиа при условии, что имелось  $t$  одинаковых медиасобытий; *спектр охвата*  $g(f)$  – вероятность того, что случайно выбранный из целевой аудитории человек имел ровно  $f$  контактов с медиа за  $t$  одинаковых медиасобытий (размещений рекламы).

Спектр охвата  $g(f)$  и охват аудитории  $G(t)$  связаны соотношением  $G(t) = \sum_{f=1}^t g(f)$ , которое выражает условие сохранения охвата аудитории.

**Бинарная модель аудитории СМИ.** Согласно бинарной модели аудитория каждого СМИ состоит из двух непересекающихся сегментов – случайно обновляемой и постоянной аудиторий, различающихся вероятностью контактов с медиа. При планировании рекламы используются рейтинги СМИ для той или иной целевой аудитории. При этом рассматривается та часть целевой аудитории, которая является аудиторией СМИ.

Для количественного описания каждого из этих двух сегментов необходимы два параметра – вероятность контакта случайно выбранного представителя целевой аудитории с медиа при одном (рейтинг) и бесконечно большом (предельный охват) числе медиасобытий (размещений рекламы). Для случайно обновляемой аудитории эти параметры обозначим символами  $R_0$  и  $G_0^\infty$ , а для постоянной аудитории –  $P$  и  $C$ . Набор параметров  $R_0$ ,  $G_0^\infty$ ,  $P$  и  $C$  находится в результате

медиаисследований и осуществляет связь теории с практикой размещения рекламы.

**Вычисление охвата аудитории при размещении рекламы в одном СМИ.** Из определения спектра охвата  $g(f)$  следует, что для каждого сегмента аудитории справедлива схема Бернулли с параметрами  $r$ ,

$G_0^\infty$  и  $P$ ,  $C$ , используя которые получим следующее выражение для спектра охвата  $g(f)$  как суммы биномиальных распределений вероятностей случайно обновляемой и постоянной аудиторий:

$$g(f) = C_m^f [r^f (1-r)^{m-f} + CP^f (1-P)^{m-f}], \quad (1)$$

где  $C_m^f$  – биномиальные коэффициенты. Из формулы (1) следует справедливость соотношения, выражающего закон сохранения числа контактов с медиасобытиями, связанными с размещением рекламы (закон сохранения числа рекламных контактов, доказательство [24]):

$$\sum_{f=1}^m fg(f) = mR. \quad (2)$$

На рис. 1 изображен спектр охвата  $g(f)$  вычисленный согласно формуле (1) для медиа со следующими параметрами:  $R_0 = 5\%$ ,

$G_0^\infty = 20\%$ ,  $C = 3\%$ , вероятностью контакта постоянной аудитории  $P = 98,5\%$  и числом размещений  $m = 15$ . На рисунке видно, что спектр охвата состоит из двух частей, относящихся к случайно обновляемой ( $f < 11$ ) и к постоянной ( $f > 12$ ) аудиториям.

Охват аудитории  $G(m)$  при  $m$ -кратном размещении рекламы в СМИ находится в результате суммирования спектра охвата (1) по всем возможным числам контактов  $f$ :

$$G(m) = \sum_{f=1}^m g(f). \quad (3)$$

Используя соотношения (3) и (1), получим следующую формулу вычисления охвата аудитории как функции числа размещений рекламы  $m$ :

$$G(m) = G_0^\infty [1 - (1-r)^m] + C[1 - (1-P)^m]. \quad (4)$$

В работе [25] проведено исследование закономерностей накопления аудитории,

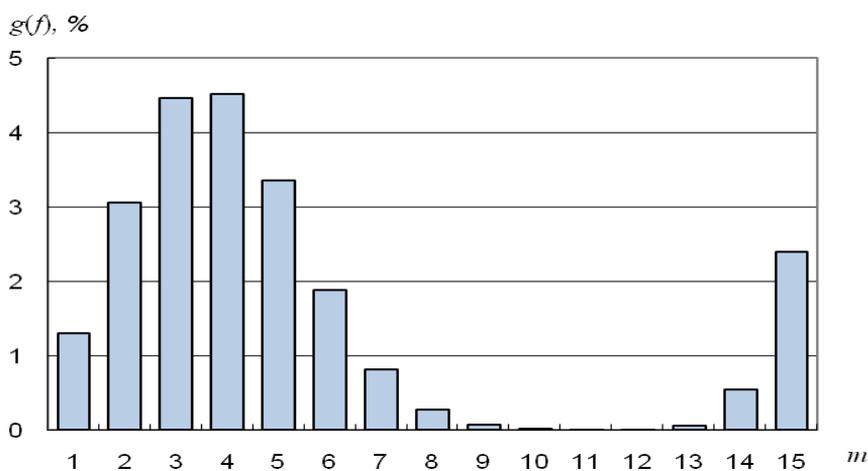


Рис. 1. Спектр охвата для СМИ с параметрами:  $R_0 = 5\%$ ,  $G_0^\infty = 20\%$ ,  $C = 3\%$ ,  $P = 98,5\%$ ; число размещений рекламы  $m = 15$

охваченной рекламой, основанное на формуле (4). В настоящей работе исследуются закономерности изменения рекламной аудитории согласно формуле (1), а также проводится исследование и оптимизация эффективного охвата аудитории.

**Рекуррентное соотношение для спектра охвата.** Спектры охватов  $g(f)$  можно вычислять как по формуле (1), так и с помощью рекуррентных соотношений, следующих из этой формулы. Рекуррентные соотношения выводятся путем тождественных преобразований формулы (1). Поскольку для обоих слагаемых формулы (1) рекуррентное соотношение имеет одинаковый вид, в дальнейшем рассмотрим только случайно обновляемую аудиторию. В этом случае из формулы (1) при  $C = 0$  следует:

$$g(f) = G^\infty C_m^f r^f q^{m-f} = G^\infty [(m-f+1)/f] \times C_m^{f-1} (r/q) r^{f-1} q^{m-(f-1)},$$

откуда находим

$$g(f+1) = \{(m-f)r / [(f+1)q]\} g(f), \quad (5)$$

$$g(f) = [(m-f+1)r / (fq)] g(f-1), \quad (6)$$

где  $q = 1 - r$ .

Формулы (5) и (6) позволяют вычислять спектр охвата для любого значения текущей частоты по величине спектра, вычисленной для частоты, на единицу меньшей текущей: согласно (5)  $g(f+1)$  вычисляется по величине  $g(f)$ , согласно (6)  $g(f)$  вычисляется по величине  $g(f-1)$ . Таким образом, с помощью рекуррентных формул можно *последовательно* вычислить величину спектра  $g(f)$  для любого значения частоты  $f$ , зная начальное значение  $g(1)$  – долю аудитории, имевшей ровно один контакт с медиа, в котором размещена реклама. При использовании формулы (5) текущая частота  $f$  изменяется в интервале  $1 \leq f \leq m-1$ , а при использовании формулы (6) частота  $f$  изменяется в интервале  $2 \leq f \leq m$ . Начальное значение спектра  $g(1)$  вычисляется согласно формуле:

$$g(1) = m R (1 - R / G^\infty)^{m-1}, \quad (7)$$

которая следует из соотношения (1).

**Исследование спектра охвата одного СМИ.** Из формулы (1) следует (см. также данные, представленных на рис. 1), что спектр охвата  $g(f)$  описывается зависимостями трех типов:

1) спектр  $g(f)$  имеет внутренний максимум при некотором значении переменной  $f$  (при  $f = 4$  на рис. 1);

2) спектр  $g(f)$  с ростом  $f$  монотонно убывает от максимальной величины на левой границе области определения;

3) спектр  $g(f)$  монотонно возрастает с ростом  $f$  и достигает максимума на правой границе области определения  $f$ , при  $f = m$  (при  $f = 15$  на рис. 1).

Вид спектра охвата имеет важное значение для процесса оптимизации размещения рекламы: при одинаковых затратах преимущество имеет такое размещение, которое обеспечивает получение большего числа контактов (максимум спектра смещен в область больших частот) для большей части целевой аудитории. Сформулируем условия, при которых спектр охвата относился бы к одному из перечисленных выше типов.

Если спектр охвата имеет локальный внутренний максимум  $g(f)$ , то величина этого максимума *не меньше* предшествующего  $g(f-1)$  и следующего по частоте  $g(f+1)$  значений спектра. Поэтому условия существования максимума спектра записываются в виде следующих неравенств:

$$\begin{aligned} g(f) &\geq g(f+1), \\ g_m^m &\geq g_m^m - 1. \end{aligned} \quad (8)$$

Используя рекуррентное соотношение (5) и первое из условий (8), получим неравенство, связывающее параметры СМИ  $R$  и  $G^\infty$ , число размещений рекламы  $m$  и частоту  $f$ , при которой реализуется максимум спектра:

$$(m-f)_m r / [(f+1)q] \leq 1. \quad (9)$$

Используя рекуррентное соотношение (6) и второе из условий (8), получим еще одно неравенство, связывающее перечисленные выше параметры:

$$(m-f_m + 1) r / (f_m q) \geq 1. \quad (10)$$

Подставив параметры  $r = R/G^\infty$ , и  $q = 1 - r$  в неравенства (9) и (10), эти неравенства можно записать в следующем виде:

$$R/G^\infty \leq (f + 1) / (m + 1), \quad (11)$$

$$R/G^\infty \geq f_m^m / (m + 1). \quad (12)$$

Из неравенств (11) и (12) следует, что частота  $f_m$ , которая соответствует максимальной величине спектра, должна удовлетворять условию:

$$(m + 1) R/G^\infty - 1 \leq f_m \leq (m + 1) R/G^\infty. \quad (13)$$

Поскольку частота  $f$  является *целым* числом, формулу (13) можно записать компактно:

$$f_m = [(m + 1) R / G^\infty], \quad (14)$$

где квадратными скобками обозначена целая часть числа. Из формулы (14) следует, что если число  $(m + 1)R/G^\infty$  является *целым*, то максимум спектра реализуется при *двух* частотах:  $f_m$  и  $f_m - 1$ .

Для записи условий существования *максимума* спектра охвата воспользуемся выражениями (11), (12) которые представим в виде:

$$f_m / (m + 1) \leq R/G^\infty \leq (f + 1) / (m + 1). \quad (15)$$

Область определения функции  $g(f)$  задается следующим неравенством:  $1 \leq f \leq m$ . Частота  $f_m$ , при которой реализуется локальный внутренний максимум спектра, может изменяться в пределах  $2 \leq f \leq m - 1$ . Подставляя минимальное и максимальное значение  $f_m$  в неравенство (15), получим *условия существования максимума* спектра:

$$2 / (m + 1) \leq R/G^\infty \leq m / (m + 1). \quad (16)$$

Использовать неравенства (16) на практике неудобно по той причине, что в этих неравенствах *постоянная* величина  $R/G^\infty$  (параметры каждого СМИ фиксированы) выражается через *переменную* величину  $m$  – число размещений рекламы. В этой связи запишем неравенства (16) в следующем виде:

$$m \geq m_\downarrow, m \geq m_\uparrow, \quad (17)$$

где  $m_\downarrow = 2 / r - 1, \quad (18)$

$$m_\uparrow = r / (1 - r), \quad (19)$$

$r = R/G^\infty$ . В этих соотношениях переменная величина  $m$  выражается через величины

$m_\downarrow$  и  $m_\uparrow$ , постоянные для рассматриваемого медиа.

Условиями (17) целесообразно пользоваться в том случае, если известны параметры СМИ и нужно найти число размещений  $m$ , при котором спектр охвата  $g(f)$  будет иметь внутренний максимум в области определения  $f$ . Символы  $m_\downarrow$  и  $m_\uparrow$  обозначают числа размещений рекламы  $m$ , при которых спектр охвата  $g(f)$  *изменяет* свой вид. Согласно (18) и (19) числа размещений  $m_\downarrow$  и  $m_\uparrow$  являются функциями параметров СМИ, в которых размещается реклама, в данном случае функциями рейтинга  $R$  и предельного охвата.

Теперь найдем условия, при которых спектр  $g(f)$  монотонно *убывает* или монотонно *возрастает*. Спектр монотонно *убывает*, если  $f < 2$ . Согласно неравенству (13) максимальное значение  $f = (m + 1) R/G^\infty$ . Из этих двух условий следует, что спектр монотонно убывает, если

$$R / G^\infty < 2 / (m + 1), \quad (20)$$

или  $m < m_\downarrow$ .

Спектр монотонно *возрастает*, если  $f > m - 1$ . Согласно неравенству (13) минимальное значение  $f = (m + 1)R/G^\infty - 1$ . Из этих двух условий следует, что спектр монотонно возрастает, если

$$R/G^\infty > m / (m + 1), \quad (21)$$

или  $m < m_\uparrow$ , где  $m_\downarrow$  и  $m_\uparrow$  вычисляются согласно (18) и (19).

На рис. 2 представлена диаграмма возможных типов спектра охвата – диаграмма *областей* значений параметров СМИ ( $R, G^\infty$ ) и числа размещения рекламы  $m$ , в каждой из которых реализуется один из *трех* возможных типов спектра охвата  $g(f)$ . Границами этих областей являются кривые  $m_\downarrow(r)$  и  $m_\uparrow(r)$ , связывающие параметры  $R, G^\infty$  и  $m$ , при которых спектр  $g(f)$  *изменяет* свой вид.

Таким образом, кривые  $m_\downarrow(r)$  и  $m_\uparrow(r)$  на рис. 2 разделяют плоскость  $(m, r)$  на *три* области, в каждой из которых реализуется *один* из трех типов спектра.

1. Условия  $m \geq m_{\downarrow}$  и  $m \geq m_{\uparrow}$  выделяют на диаграмме область, в которой спектр охвата  $g(f)$  содержит внутренний максимум – это область выше кривых  $m_{\downarrow}(r)$  и  $m_{\uparrow}(r)$ .

2. Условие  $m < m_{\downarrow}$  выделяет на диаграмме область параметров, при которых спектр  $g(f)$  является монотонно убывающей функцией  $f$ , – это область ниже кривой  $m_{\downarrow}(r)$ .

3. Условие  $m < m_{\uparrow}$  выделяет на диаграмме область параметров, при которых спектр  $g(f)$  является монотонно возрастающей функцией  $f$ , – это область ниже кривой  $m_{\uparrow}(r)$ .

Диаграмма, представленная на рис. 2, имеет универсальный характер и справедлива для СМИ с любыми рейтингами  $R$  и предельными охватами  $G^{\infty}$ .

Таким образом, выражения (17)–(21) и диаграмма, приведенная на рис. 2 позволяют сформулировать критерии, при выполнении которых спектр охвата может иметь максимум или быть возрастающей или убывающей функцией числа контактов  $f$ . Полученные в данном разделе результаты

используются в процессе планирования и оптимизации размещения рекламы.

**Исследование спектра охвата произвольного числа СМИ.** Вывод формул вычисления спектра охвата нескольких медиа проводится по следующей схеме: вначале устанавливается формула вычисления спектра охвата двух медиа, а затем она обобщается на случай произвольного числа СМИ. В работе [21] показано, что спектр охвата двух СМИ вычисляется по формуле

$$g(f) = (1 - G_2)g_1(f) + (1 - G_1)g_2(f) + \sum_{i+j=f} g_1(i)g_2(j), \quad (22)$$

где  $g_1(f)$ ,  $g_2(f)$  – спектры охвата, в качестве которых вначале выбираются спектры охватов любых двух медиа, а затем – спектры охвата нового медиа и спектр, полученный по формуле (22) на предыдущем этапе вычислений. Последнее слагаемое в (22) представляет собой свертку спектров  $g_1(f)$  и  $g_2(f)$ .

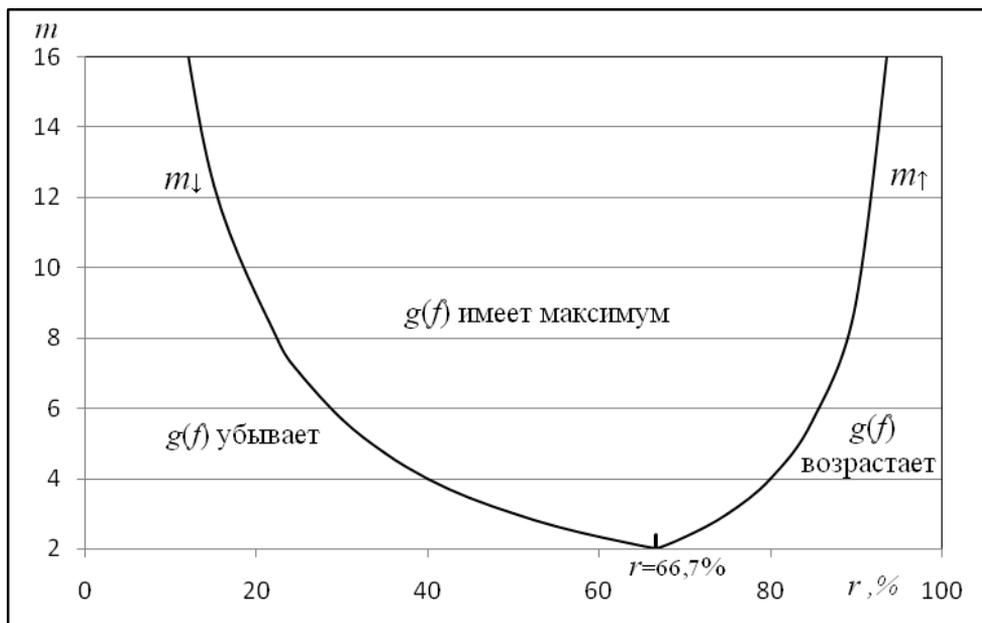


Рис. 2. Зависимость чисел размещения  $m_{\downarrow}$  и  $m_{\uparrow}$ , при которых меняется характер спектра охвата, от  $r = R/G^{\infty}$

На рис. 3 представлен спектр полного охвата трех СМИ, вычисленный по формуле (22) указанным выше методом. На рис. 3 видно, что спектр полного охвата трех СМИ представляет собой немонотонную зависимость охвата аудитории от числа контактов с двумя максимумами.

В общем случае спектр охвата  $L$  СМИ может иметь  $2^L - 1$  максимумов. Частоты, соответствующие этим максимумам, равны средним частотам контактов с *каждым* СМИ

$$\bar{f}_j = m_j R_j / G_j(m_j),$$

а также частотам, соответствующим всем суммам средних частот

$$\bar{f}_j + \bar{f}_i \cdot \bar{f}_j + \bar{f}_i + \bar{f}_k, \dots, \bar{f}_1 + \bar{f}_2 + \dots + \bar{f}_L,$$

где  $G_j(m_j)$  – охват  $j$ -го СМИ за  $m_j$  размещений, вычисляемый по формуле (4). Суммы средних частот представляют собой сред-

ние частоты контактов всех возможных пересечений СМИ, которые соответствуют *совместному* информационному воздействию возможных сочетаний СМИ. Такое поведение средних частот объясняется тем, что спектр любой доли охвата, относящейся к совместному воздействию СМИ, представляет собой свертку спектров, описываемых биномиальным распределением вероятностей. Поскольку биномиальное распределение является *устойчивым*, свертка также имеет характер биномиального распределения.

Математическое ожидание случайной величины, соответствующей свертке спектров, равно сумме математических ожиданий случайных величин, соответствующих индивидуальным спектрам свертки. Для иллюстрации на рис. 4 приведены *индивидуальные* спектры охватов трех СМИ, а на рис. 5 – спектр *полного* охвата этих СМИ.

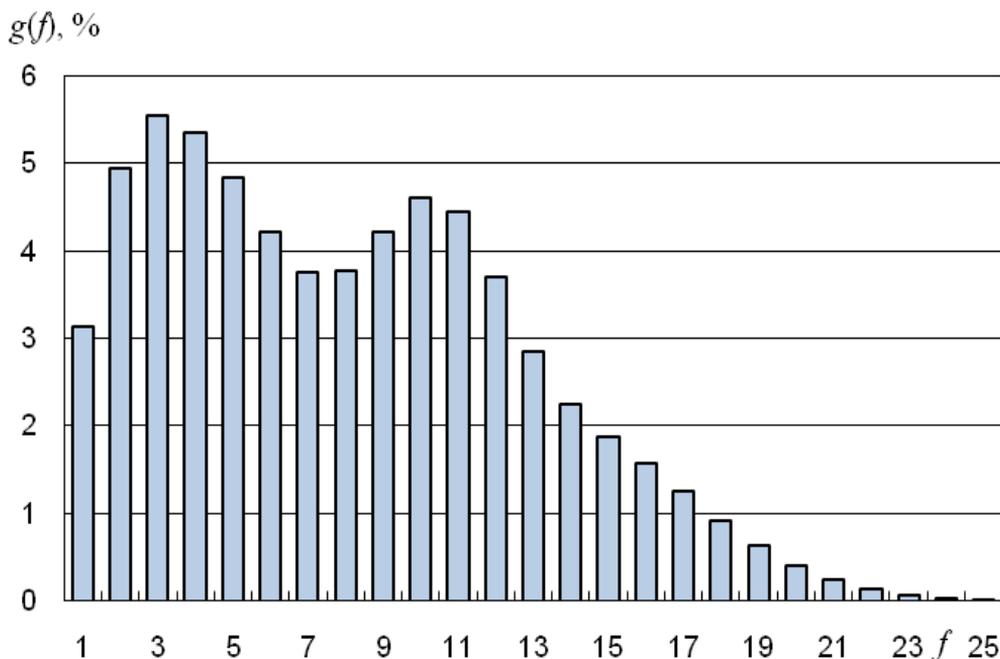


Рис. 3. Спектр охвата трех СМИ с  $G^{\infty} = 30\%$ ,  $C = 0$ ,  $m = 15$ ,  $R_1 = 5\%$ ,  $R_2 = 10\%$ ,  $R_3 = 20\%$

Параметры СМИ, спектры которых представлены на рис. 4, 5, подобраны так, чтобы спектр полного охвата трех СМИ имел локальные максимумы на средних частотах контактов каждого из 7 сочетаний воздействия трех СМИ.

Из рис. 5 видно, что спектр полного охвата трех СМИ имеет максимально возможное число локальных максимумов, соответствующих следующим частотам:  $\bar{f}_1 = 7$ ,  $\bar{f}_2 = 14$ ,  $\bar{f}_3 = 26$ ,  $\bar{f}_1 + \bar{f}_2 = 21$ ,  $\bar{f}_1 + \bar{f}_3 = 33$ ,  $\bar{f}_2 + \bar{f}_3 = 40$ ,  $\bar{f}_1 + \bar{f}_2 + \bar{f}_3 = 47$ .

Как правило, число локальных максимумов спектра полного охвата меньше максимально возможного их числа за счет сложения спектров охвата сочетаний индивидуального и совместного воздействия СМИ. На рис. 6 приведен результат вычисления спектра охвата  $g(f)$  для случая размещения рекламы в 30 СМИ.

Вычисления проведены при следующих значениях параметров. Рейтинги СМИ:  $R_1 = 1\%$ ,  $R_2 = 2\%$ , ...,  $R_{30} = 30\%$ ; предельные охваты СМИ вычислялись по формуле:  $G_j^\infty = R_j[1 + \ln^2(R_j)]$ ; число размещений

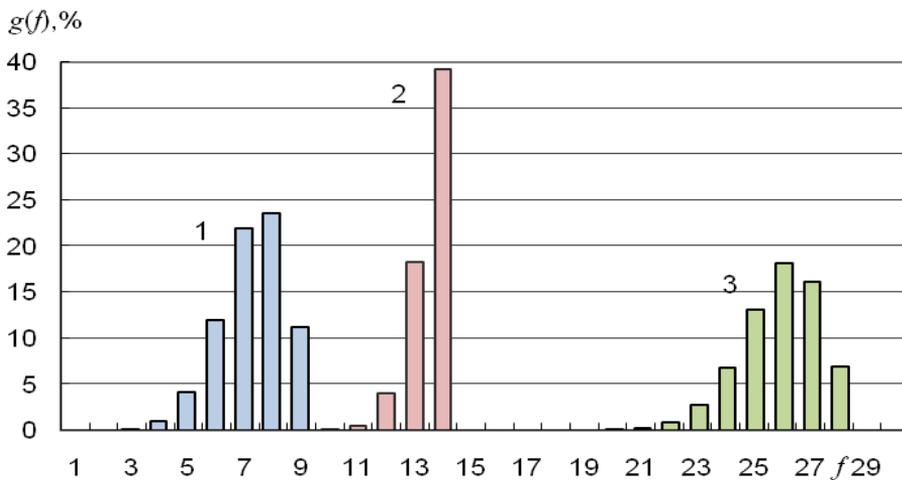


Рис. 4. Спектры охватов трех СМИ,  $C = 0$ : 1 –  $G^\infty = 74\%$ ,  $R = 60\%$ ,  $m = 9$ ; 2 –  $G^\infty = 62\%$ ,  $R = 60\%$ ,  $m = 14$ ; 3 –  $G^\infty = 65\%$ ,  $R = 60\%$ ,  $m = 28$

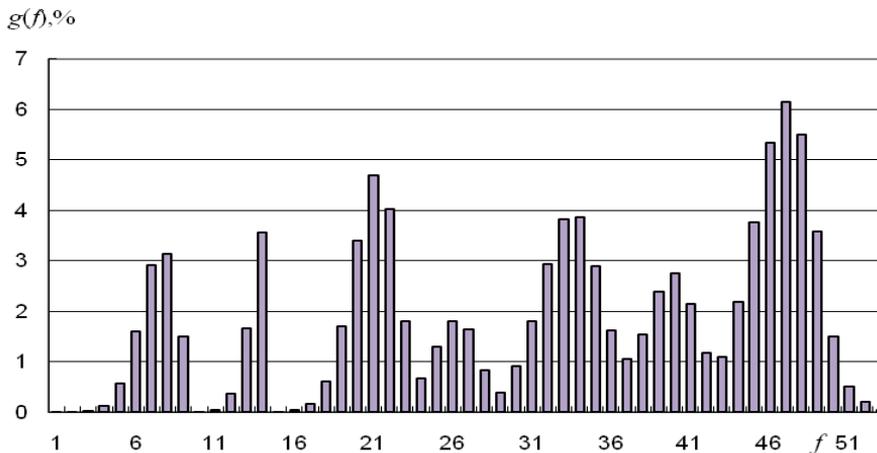


Рис. 5. Спектр полного охвата трех СМИ (параметры – в подписи к рис. 4)

рекламы:  $m_j = 10$  для  $j = 1, 2, \dots, 15$  (СМИ с рейтингами от 1 до 15 %),  $m_j = 5$  для  $j = 16, 17, \dots, 30$  (СМИ с рейтингами 16–30 %), всего – 225 размещений рекламы.

Из рис. 6 видно, что при большом числе СМИ зависимость  $g(f)$  имеет вид *нормального* распределения. Нормальный характер спектра объясняется *центральной предельной теоремой* теории вероятностей, согласно которой сумма большого числа биномиально распределенных нормированных случайных величин описывается асимптотически нормальным распределением вероятностей.

Спектр полного охвата тридцати СМИ, согласно рис. 6, имеет *один* максимум при  $f_m = 33$ . Вычислим среднюю частоту контактов

$$f_{\text{cp}} = \text{TRP} / G,$$

где  $\text{TRP} = \sum_{j=1}^{30} m_j R_j$  – число контактов,

$G = \sum_{f=1}^{f_{\text{max}}} g(f)$  – полный охват тридцати

СМИ. Подставив в выражение для  $G$  и  $\text{TRP}$  параметры СМИ, получим:  $\text{TRP} = 2925$  %,  $G \approx 100$  %, откуда  $f_{\text{cp}} = 29$ . Отметим, что средняя частота контактов  $f_{\text{cp}} = 29$  для группы тридцати СМИ не совпадает с частотой  $f_m = 33$ , при которой, согласно

рис. 6, реализуется максимум спектра  $g(f)$ . Заметим, что такой же эффект имеет место и для случая размещения рекламы в одном СМИ.

Изложенная выше методика вычисления спектра полного охвата нескольких СМИ представляет не только самостоятельный интерес, но и является основой для корректного вычисления других коммуникативных и экономических характеристик рекламной кампании, например, эффективного охвата аудитории, доли рекламного голоса, прогнозируемой прибыли.

#### Вычисление эффективного охвата аудитории.

Сформулируем определение эффективного охвата аудитории: эффективный охват  $G_{\text{эф}}$  – это *доля целевой аудитории*, имевшая эффективное число контактов с медиа, в которых размещена реклама;  $G_{\text{эф}}$  – это *вероятность* того, что случайно выбранный представитель целевой аудитории получит запланированное рекламодателем эффективное число контактов  $f_{\text{эф}}$  с рекламой. Вычисление эффективного охвата  $G_{\text{эф}}$  необходимо для оптимизации размещения рекламы и ее бюджета в процессе разработки и планирования рекламной кампании.

Метод оптимизации размещения рекламы по эффективному охвату может быть

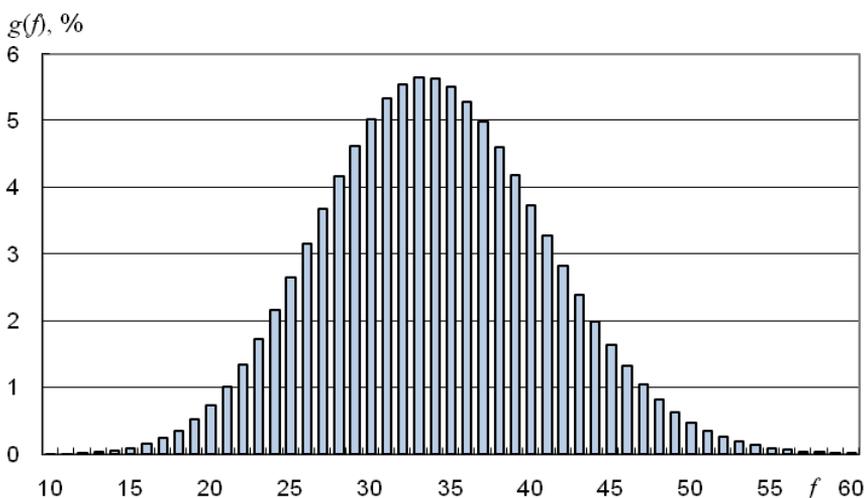


Рис. 6. Спектр полного охвата тридцати СМИ (параметры см. в тексте)

использован в том случае, если из опыта или исследований известно, что реклама достигнет своей цели при обеспечении определенного уровня *интенсивности* рекламного воздействия, который оценивается величиной эффективной частоты  $f_{эф}$ . При этом необходимо найти такой вариант размещения рекламы, который гарантирует *заданный* эффективный охват аудитории при *минимальном* рекламном бюджете или же гарантирует *максимальный* эффективный охват аудитории при *заданном* рекламном бюджете.

Математически оптимизация осуществляется двумя способами:

1) с помощью *максимизации* целевой функции охвата

$$G_{эф}(m_1, \dots, m_L) \Rightarrow \max \quad (23)$$

при *заданном* рекламном бюджете (ограничение на переменные  $m_j$ )

$$\sum_{j=1}^L m_j V_j = V_0 = \text{const}; \quad (24)$$

2) с помощью *минимизации* рекламного бюджета

$$\sum_{j=1}^L m_j V_j \Rightarrow \min \quad (25)$$

при *заданном* уровне эффективного охвата аудитории

$$G_{эф}(m_1, \dots, m_L) = G_0 = \text{const}. \quad (26)$$

Здесь  $V_0$  – заданный рекламный бюджет,  $G_0$  – заданный эффективный охват аудитории,  $\sum_{j=1}^L m_j V_j$  – рекламный бюджет текущего размещения,  $m_j$  и  $v_j$  – число и стоимость размещений рекламы в  $j$ -м СМИ.

Решение оптимизационных задач (23)–(26) позволяет количественно, *объективно* оценивать риски  $\rho$  размещения рекламы в СМИ с помощью вычисления вероятности того, что запланированная рекламодателем интенсивность воздействия на целевую аудиторию не будет достигнута. Объективность оценки риска обусловлена тем обстоятельством, что риск определяется как *вычисляемая* вероятность осуществления не-

благоприятного результата размещения рекламы. Метод вычисления риска основан на определениях эффективного охвата и риска. Эффективный охват  $G_{эф}$  – это вероятность того, что случайно выбранный представитель целевой аудитории *получит* запланированное рекламодателем эффективное число контактов  $f_{эф}$  с рекламой. Величину риска  $\rho$  определим как вероятность того, что случайно выбранный представитель целевой аудитории *не получит* запланированное рекламодателем эффективное число контактов  $f_{эф}$  с рекламой. Исходя из этих двух определений и постулата полной вероятности риск  $\rho$  может быть вычислен следующим образом:

$$\rho = 1 - G_{эф},$$

где  $G_{эф}$  – эффективный охват, найденный решением одной из оптимизационных задач (23)–(26).

Изложим методику вычисления эффективного охвата  $G_{эф}$ , подлежащего оптимизации. Для вычисления эффективного охвата необходимо предварительно оценить величину эффективной частоты  $f_{эф}$ . Существуют несколько способов оценки  $f_{эф}$ : исходя из опыта и исследований, а также с помощью методов Остроу и Росситера – Перси. Формула Росситера – Перси для вычисления эффективной частоты приведена в монографии авторов [4]. Обсуждение методики планирования по эффективной частоте и сравнение ее с другими подходами можно найти в работах [1, 2, 15, 26]. Методы исследования эффективности рекламы изложены в работе [16].

Методика вычисления эффективного охвата аудитории  $G_{эф}$  при размещении рекламы в нескольких СМИ предполагает использование спектра полного охвата  $g(f)$  и функции эффективности контактов  $E(f)$ . Метод вычисления спектра охвата  $g(f)$  изложен выше. Используя спектр охвата  $g(f)$  и функцию эффективности  $E(f)$  контактов, эффективный охват  $G_{эф}$  вычислим по формуле:

$$G_{эф} = \sum_{f=1}^{f_{\max}} E(f)g(f), \quad (27)$$

где  $f_{\max}$  – максимально возможное число контактов, которое равно сумме чисел раз-

мешений рекламы во всех СМИ. При практических вычислениях верхний предел суммирования оказывается, как правило, значительно меньше величины  $f_{\max}$ , поскольку функция  $g(f) \rightarrow 0$  при частотах контактов, существенно меньших  $f_{\max}$ .

Согласно формуле (27) спектр эффективного охвата  $g_{\text{эф}}(f)$  вычисляется по формуле

$$g_{\text{эф}}(f) = E(f) g(f).$$

Моделирование функции эффективности  $E(f)$  осуществляется разными способами. В частности, функцию эффективности  $E(f)$  можно представить в следующем виде:

$$E(f) = E_{\min} + (E_{\max} - E_{\min}) F(f), \quad (28)$$

где  $F(f)$  – функция нормального распределения вероятностей.

Формула (28) описывает изменение эффективности контактов от минимального  $E_{\min}$  до максимального значения  $E_{\max}$  в интервале частот  $2\Delta f$  вблизи значения эффективной частоты  $f_{\text{эф}}$ , см. кривую 1 на рис. 7, имеющую S-образный вид.

S-образные функции типа (28) позволяют учесть влияние на эффективный охват

не только эффективной частоты  $f_{\text{эф}}$ , но и трех дополнительных параметров –  $\Delta f$ ,  $E_{\min}$  и  $E_{\max}$ , что позволяет описать практически любую зависимость эффективности контактов от частоты, которая может реализоваться на практике, и дает возможность корректно вычислять эффективные охваты, а также моделировать эффекты синергии при размещении рекламы в СМИ разных типов (см. следующий раздел).

При использовании функций эффективности вида (28) эффективный охват, вычисленный согласно (27), является функцией четырех параметров эффективности:  $G_{\text{эф}} = G(f_{\text{эф}}, \Delta f, E_{\min}, E_{\max})$ . Параметры функции эффективности  $f_{\text{эф}}$ ,  $E_{\min}$ ,  $E_{\max}$  и  $\Delta f$  находятся по результатам исследований или практики на основе анализа реакции целевой аудитории на рекламное воздействие. Нахождение величины параметров функции эффективности представляет собой важную задачу, которая должна быть решена перед процедурой оптимизации размещения рекламы. Заметим, что хотя в формуле (28) использована функция нормального распределения  $F(f)$ , для вычисления функции эффективности могут быть

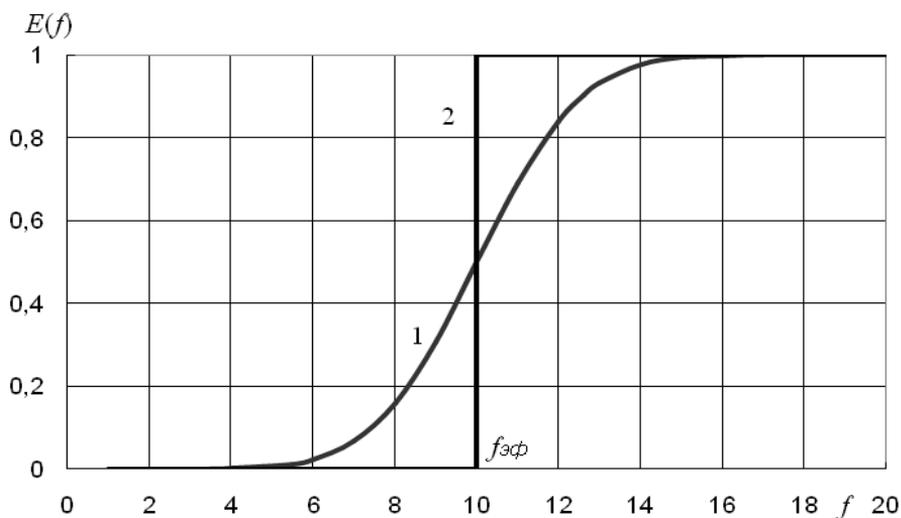


Рис. 7. Функции эффективности контактов:

1 – S-образная функция:  $f_{\text{эф}} = 10, \Delta f = 2, E_{\min} = 0, E_{\max} = 1$ ;  
 2 – ступенчатая функция:  $f_{\text{эф}} = 10, \Delta f = 0, E_{\min} = 0, E_{\max} = 1$ .

использованы и другие функции, имеющие S-образный вид.

Наиболее простой вид функция эффективности  $E(f)$  принимает при  $E_{\min} = 0$ ,  $E_{\max} = 1$  и  $\Delta f = 0$ . В этом случае функция  $E(f)$  имеет вид единичной ступенчатой функции Хэвисайда (см. кривую 2 на рис. 7):

$$E(f) = 1, \text{ если } f \geq f_{\text{эф}}; E(f) = 0, \text{ если } 1 \leq f < f_{\text{эф}}. \quad (29)$$

Функция  $E(f)$ , заданная в виде (29), позволяет при вычислении охвата аудитории не учитывать людей, получивших число контактов, меньшее эффективного  $f_{\text{эф}}$ . Именно поэтому функция  $E(f)$  называется функцией эффективности. Если функция эффективности является ступенчатой, то при достижении эффективной частоты контактов  $f = f_{\text{эф}}$  происходит резкое изменение эффективности контакта: при  $f < f_{\text{эф}}$  функция  $E = 0$  и рекламные контакты полностью неэффективны, а при  $f \geq f_{\text{эф}}$  функция  $E = 1$  и контакты являются эффективными (см. кривую 2 на рис. 7). Используя функцию эффективности в виде функции Хэвисайда

(29), формулу (27) вычисления эффективного охвата  $G_{\text{эф}}$  можно представить в следующем виде:

$$G_{\text{эф}} G(f_{\text{эф}}+) = \sum_{f=f_{\text{эф}}}^{f_{\max}} g(f). \quad (30)$$

Приведем примеры моделирования зависимости эффективного охвата от числа рекламных контактов, осуществленного с использованием *оптимизации* размещения рекламы по эффективному охвату согласно первой оптимизационной задаче (23), (24).

На рис. 8 представлены зависимости эффективных охватов  $G(f+)$  от TRP, полученные по формуле (3) при оптимизации размещения рекламы на 10 телеканалах для аудитории «женщины 25–44 лет с уровнем дохода не ниже среднего» (в расчете использовались рейтинги исследовательской компании ExcomMedia). Отметим, что данные, представленные на рис. 8 и 9 можно использовать также для оценки рисков  $\rho$  размещения рекламы в СМИ поскольку  $\rho = 1 - G_{\text{эф}} = 1 - G(f_{\text{эф}}+)$ .

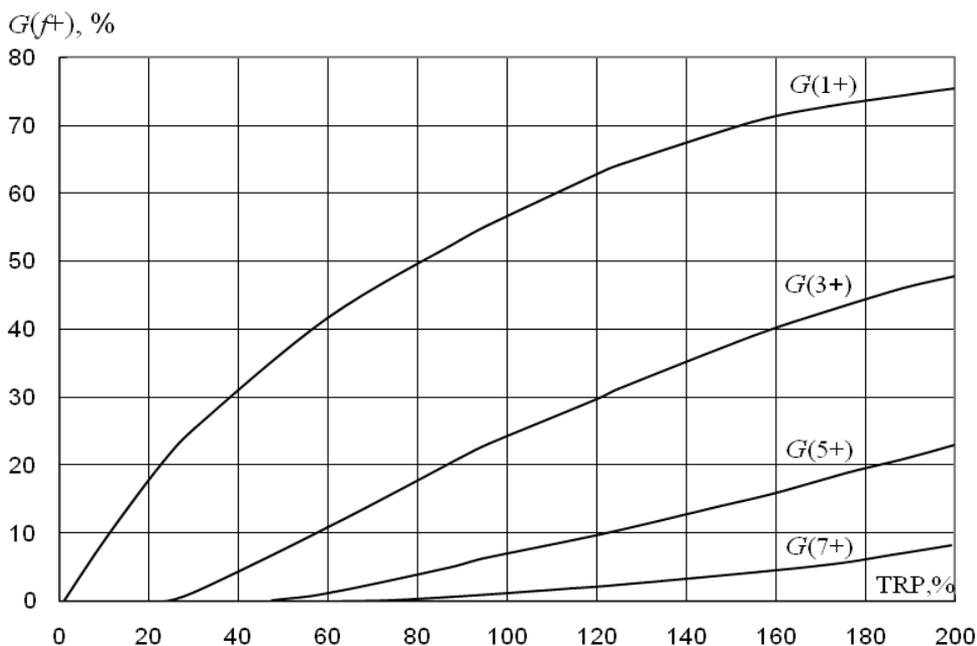


Рис. 8. Зависимость эффективных охватов от TRP

Данные представленные на рис. 8 получены в результате численной оптимизации размещения рекламы в соответствии с критерием эффективности, предусматривающем максимизацию эффективного охвата аудитории при заданном бюджете согласно (23), (24). В процессе максимизации находились оптимальные числа размещения рекламы  $m_j$  на каждом телеканале и вычислялась соответствующая величина суммарного рейтинга  $TRP = \sum_{j=1}^L m_j R_j$ , где  $R_j$  – рейтинг  $j$ -го телеканала, соответствующий определенному времени размещения рекламы,  $L = 10$  – число телеканалов, на которых происходило размещение. Поскольку суммарный рейтинг TRP характеризует интенсивность рекламы (число контактов в процентах от численности аудитории), на рис. 8 фактически представлены зависимости коммуникативного эффекта размещения рекламы, характеризуемого величиной эффективного охвата, от интенсивности рекламы.

В таблице приведены данные о скорости уменьшения эффективного охвата в зависимости от эффективной частоты при разных значениях TRP.

На рис. 8 и данных табл. 1 видно, что увеличение эффективной частоты приводит к существенному уменьшению эффективного охвата и, как следствие, к увеличению рекламных бюджетов, обеспечивающих заданный уровень охвата.

Результаты, представленные на рис. 8 и табл. 1, имеют важное практическое значение для оптимизации размещения рекламы. Проиллюстрируем сказанное следующим примером. Допустим, анализ рекламного отклика показал, что необходимое для решения рекламной задачи эффективное число контактов  $f_{эф} = 3$ , а требуемый уровень эффективного охвата  $G_{эф} = 40\%$ . Тогда, согласно данным, представленным на рис. 8, рекламный бюджет должен быть таким, чтобы обеспечить число контактов  $TRP = 160\%$ . Если же эффективная частота  $f_{эф} = 5$ , то размещение рекламы и увеличение рекламного бюджета необходимо продолжать до тех пор, пока величина охвата  $G(5+)$  не станет равной  $40\%$  (см. соответствующую кривую на рис. 8 и данные в колонке  $G(5+)$  табл. 1).

**Моделирование синергии мультимедийных контактов.** Используем изложенный выше метод вычисления эффективного мультимедийного спектра охвата для моделирования эффектов синергии мультимедийных контактов (эффектов совместного воздействия СМИ разных типов), которое осуществляется посредством разработки моделей вычисления эффективных мультимедийных сверток спектров.

Опишем основные принципы такого моделирования. Рассмотрим вычисление спектра в одной из областей совместного воздействия СМИ, например, в области совместного воздействия телевидения и радио

Таблица 1

Зависимость эффективных охватов от TRP и эффективной частоты

TRP, %	G(1+), %	G(3+), %	G(5+), %	G(7+), %
80	50	18	4	0,3
100	57	24	7	1
120	63	30	10	2
140	67	35	13	3,2
160	71	40	16	4,5
180	73	44	20	6,8
200	75	48	23	8,2

(1 – телевидение, 2 – радио). Для вычисления вклада в эффективный мультимедийный спектр, который дает этот mix-охват, нужно вычислить свертку  $g_{12}(f)$ , используя формулу

$$g_{12}(f) = \sum_{i+j=f} g_1(i)g_2(j). \quad (31)$$

Рассмотрим 5 первых элементов этой свертки:

$$\begin{aligned} g_{12}(2) &= g_1(1)g_2(1); \\ g_{12}(3) &= g_1(1)g_2(2) + g_1(2)g_2(1); \\ g_{12}(4) &= g_1(1)g_2(3) + g_1(2)g_2(2) + g_1(3)g_2(1); \\ g_{12}(5) &= g_1(1)g_2(4) + g_1(2)g_2(3) + \\ &+ g_1(3)g_2(2) + g_1(4)g_2(1); \\ g_{12}(6) &= g_1(1)g_2(5) + g_1(2)g_2(4) + \\ &+ g_1(3)g_2(3) + g_1(4)g_2(2) + g_1(5)g_2(1). \end{aligned} \quad (32)$$

Пусть эффективные частоты контактов с рекламой на ТВ и радио равны  $f_{эф1} = 3$  и  $f_{эф2} = 5$ , соответственно. Это означает, что при вычислении свертки нужно использовать эффективные спектры, для которых:

$$\begin{aligned} g_1(1) &= g_1(2) = 0, \quad g_2(1) = g_2(2) = \\ g_2(3) &= g_2(4) = 0. \end{aligned} \quad (33)$$

Соотношения (33) учитываются не путем их формальной подстановки в соотношения (32), а согласно определенной модели вычисления эффективной свертки спектров с учетом индивидуальных эффективных частот каждого типа СМИ. Сформулируем один из возможных алгоритмов, реализующих такую модель. Рассмотрим вычисление эффективной свертки  $g_{12}(f)$  без учета синергетического эффекта. При вычислении данной свертки спектров в правых частях равенств (32) нужно обнулить все слагаемые, в которых обе текущие частоты меньше соответствующих эффективных частот, например:  $g_1(1)g_2(2)$ ,  $g_1(2)g_2(3)$  и т. д. Эти произведения будем называть произведениями *первого* типа. Все остальные слагаемые в (32) не обнуляются, в том числе те, в которых лишь одна из текущих частот меньше соответствующей эффективной частоты, например:  $g_1(1)g_2(5)$  или

$g_1(4)g_2(1)$  и т. д. Эти произведения назовем произведениями *второго* типа.

Поясним смысл введенных выше правил вычисления элементов эффективной мультимедийной свертки. Все произведения в правых частях равенств (32) относятся к аудитории, каждый представитель которой имел контакты как с ТВ, так и с радио. В произведениях первого типа обе текущие частоты контактов *меньше* соответствующих эффективных частот:  $f < f_{эф1}$ ,  $f < f_{эф2}$ . Например, произведение  $g_1(1)g_2(2)$  дает процент людей, которые имели один контакт с ТВ и два контакта с радио. Поскольку обе текущие частоты ( $f = 1$  и  $f = 2$ ) меньше соответствующих эффективных частот (3 и 5, соответственно), такие произведения обнуляются. В произведениях второго типа *хотя бы одна* из текущих частот *больше или равна* эффективной частоте:  $f \geq f_{эф1}$  или  $f \geq f_{эф2}$ . Например, произведение  $g_1(1)g_2(5)$  дает процент людей, имевших 1 контакт с ТВ и 5 контактов с радио, т. е. число контактов с радио  $f = 5$  совпадает с соответствующей эффективной частотой  $f_{эф2}$ . В произведении  $g_1(4)g_2(1)$  число контактов с ТВ превышает эффективную частоту для ТВ:  $f = 4 > f_{эф1} = 3$ . Поскольку каждый человек, относящийся к таким mix-охватам, имел число контактов, которое *больше* одной из эффективных частот, эти произведения *не обнуляются*, несмотря на то, что число контактов со вторым типом СМИ может быть *меньше* соответствующей второй эффективной частоты. Применяя этот алгоритм вычисления эффективной свертки и используя условия (32), получим:

$$\begin{aligned} g_{12}(2) &= g_{12}(3) = 0, \\ g_{12}(4) &= g_1(3)g_2(1), \\ g_{12}(5) &= g_1(3)g_2(2) + g_1(4)g_2(1), \\ g_{12}(6) &= g_1(1)g_2(5) + g_1(3)g_2(3) + \\ &+ g_1(4)g_2(2) + g_1(5)g_2(1). \end{aligned} \quad (34)$$

Таким образом, равенства (34) представляют собой выражения для вычисления первых пяти значений эффективной

мультимедийной свертки  $g_{12}(f)$ , полученные для заданных эффективных частот  $f_{эф1} = 3$  и  $f_{эф2} = 5$  без учета эффекта синергии. Как видно из сравнения формул (32) и (34), наличие эффективных частот контактов, больше 1, приводит к *уменьшению* величины каждого элемента свертки, а следовательно, и к уменьшению величины эффективного мультимедийного охвата аудитории.

Рассмотрим одну из возможных моделей реализации эффекта синергии. Если считать, что *взаимодействие* контактов разных типов медиа приводит к *усилению* эффективности воздействия, то при вычислении спектра охвата нужно изменить изложенный выше алгоритм вычисления эффективных сверток при мультимедийном воздействии рекламы. Алгоритм вычисления эффективных мультимедийных сверток рассмотрен выше на примере вычисления первых пяти элементов свертки  $g_{12}(f)$  (формулы (34)). Продемонстрируем на этом же примере, каким образом можно моделировать синергию мультимедийных контактов. Сформулируем одну из возможных моделей учета взаимодействия контактов, согласно которой совместные контакты становятся *эффективными* даже в том случае, если каждый из них оказывается за порогом соответствующей эффективной частоты. Такие контакты относятся к произведениям *первого* типа (определение типа произведений дано выше). Математический алгоритм учета взаимодействия заключается в том, что произведения первого типа, которые обнулялись в процессе вычисления элементов свертки, *при наличии взаимодействия могут не обнуляться* на основании *эффекта усиления* воздействия мультимедийных контактов. При этом возможность учета ненулевого вклада в спектр произведений первого типа зависит от конкретного *критерия* усиления взаимодействующих контактов. Например, отброшенное при вычислении элемента свертки  $g_{12}(6)$  произведение  $g_1(2) g_2(4)$  может быть оставлено в сумме, поскольку сумма индивидуальных

частот  $(2 + 4)$  превосходит обе эффективные частоты ( $f_{эф1} = 3$  и  $f_{эф2} = 5$ ). Другое отброшенное при вычислении элемента свертки  $g_{12}(2)$  произведение  $g_1(1) g_2(1)$  по-прежнему может не учитываться, поскольку сумма индивидуальных частот  $(1 + 1)$  меньше каждой из эффективных частот, относящихся к СМИ того или иного типа. Могут быть использованы и другие критерии усиления мультимедийных контактов. Например, если считать, что контакты с медиа разных типов *не эквивалентны* и, например, один контакт на ТВ эквивалентен двум контактам на радио при условии, что имели место *совместные* контакты с медиа двух типов, то произведение  $g_1(1) g_2(1)$  может быть оставлено в сумме, поскольку в этом случае число контактов равно эффективной частоте для радио (3). Конкретные количественные формулировки моделей и критериев усиления контактов могут быть весьма многообразны и должны основываться на данных соответствующих *исследований*. Отметим, что математическое моделирование синергетических эффектов становится гораздо проще, если использовать адекватные функции эффективности контактов типа (28).

### Выводы

В работе получены следующие результаты:

- 1) проведен анализ спектров охвата аудитории при размещении рекламы в одном медиа;
- 2) сформулированы критерии, при выполнении которых спектр охвата медиа может иметь максимум или быть возрастающей или убывающей функцией числа контактов  $f$ ;
- 3) изложена методика вычисления спектров охвата и охватов аудитории при размещении рекламы в группе медиа;
- 4) изложена методика вычисления мультимедийных эффективных охватов;
- 5) определено количественное понятие риска размещения рекламы в СМИ и приведена методика его вычисления;

6) рассмотрены методы моделирования эффектов синергии рекламных контактов, которые обусловлены усилением совместного воздействия рекламы, размещенной в СМИ разных типов (мультимедийной рекламы);

7) поставлены и решены задачи оптимизации размещения рекламы и рекламного бюджета при мультимедийном размещении рекламы.

Учет синергии контактов при оптимизации размещения рекламы позволяет выявлять те комбинации СМИ, которые обеспечивают наилучший результат за счет усиления мультимедийных контактов. Разработана математических методов моделирования

эффектов синергии представляет особый интерес и должна проводиться совместно с исследованиями взаимодействия рекламных контактов и моделированием функции эффективности моно- и мультимедийных рекламных контактов.

Изложенная в работе методика вычисления спектра полного охвата нескольких СМИ является основой для корректного вычисления таких важнейших коммуникативных и экономических характеристик рекламной кампании, как доля рекламного голоса и прогнозируемая прибыль, теория вычисления которых будет изложены в отдельных публикациях.

#### **Список использованных источников**

1. Плесси Дю Э. Психология рекламного влияния. СПб.: Питер, 2007. 272 с.
2. Сиссорс Дж.З., Бэрон Р.Е. Рекламное медиапланирование. СПб.: Питер, 2004. 412 с.
3. Дейан А. Реклама. СПб.: Нева, 2003. 128 с.
4. Росситер Дж.Р., Перси Л. Реклама и продвижение товаров. СПб.: Питер, 2000. 656 с.
5. Батра Р., Майерс Дж. Дж., Аакер Д.А. Рекламный менеджмент. СПб.: Вильямс, 2004. 784 с.
6. Котлер Ф. Маркетинг. Менеджмент. СПб.: Питер, 1999. 888 с.
7. Акша Р. Создание эффективной рекламы. М.: ООО «Вершина», 2003. 268 с.
8. Хопкинс К. Реклама. Научный подход. М.: Альфа-Пресс, 2000. 96 с.
9. Starch D. Principles of Advertising. New-York, 1923.
10. Starch D. Measuring Advertising Readership and Results. New-York: McGraw-Hill, 1966.
11. Zielske H.A. The Remembering and Forgetting of Advertising // J. of Marketing. 1959. Vol. 23, No 3. P. 239–243.
12. Krugman H.E. What makes advertising effective? // Harvard Business Review. 1975. March-April. P. 96–104.
13. Naples M.J. Effective Frequency. New-York: Association of National Advertising, 1979.
14. Ostrow J.W. Setting Effective Frequency Levels, Effective Frequency. Advertising Research Foundation. New-York, 1982. P. 89–102.
15. Jones J.P. When Ads Work. Lexington. New-York, 1995.
16. Кутлалиев А., Попов А. Эффективность рекламы. М.: Эксмо, 2005. 416 с.
17. Назаров М.М. Зарубежные рынки телевизионной рекламы: сравнительное исследование. М.: ООО «НИПКЦ Восход-А», 2011. 364 с.
18. Rust R. Advertising Media Models: A Practical Guide. Lexington. Lexington: Lexington Books, 1986.
19. Danaher P.J., Rust R. Canonical Expansion Model for Multivariate Media Exposure Distributions: A Generalization of the Duplication of Viewing Law // J. of Marketing Research. 1991. Vol. 28, No 8. P. 361–367.

20. Rossiter J.R., Danaher P.J. *Advanced Media Planning*. Kluwer Academic Publishers, 1998. 112 p.
21. Шматов Г.А. Математические основы медиапланирования. Екатеринбург: Урал. гос. ун-т. 2003. 108 с.
22. Шматов Г.А. Научный метод в экономике, маркетинге и рекламе // *Маркетинг в России и за рубежом*. 2014. № 2. С. 3–15.
23. Шматов Г.А. Планирование и эффективность периодической рекламы // *Вестник УрФУ. Серия экономика и управление*. 2013. № 1. С. 123–131.
24. Шматов Г.А. Теория медиапланирования : монография. Екатеринбург: Гуманитар. ун-т, 2012. 442 с.
25. Шматов Г.А. К проблеме поиска закономерностей в сфере медиавоздействий // *Вестник УГТУ-УПИ. Серия экономика и управление*. 2010. № 6. С. 102–111.
26. *Рекламный бизнес* / под ред. Дж. Ф. Джоунса. М.: Вильямс, 2005. 784 с.

*Shmatov G.A.*, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, *Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin, Ekaterinburg, Russia*

## **RESEARCH AND OPTIMIZATION OF EFFECTIVE REACH OF THE AUDIENCE OF MULTIMEDIA ADVERTIZING**

A condition for the effective planning of advertising is the use of scientific methods of advertising placement. The use of quantitative methods of media planning increases the effectiveness of advertising exposure. The problem of evaluating the effectiveness of advertising has not yet been solved. The effectiveness of advertising depends on two factors: the creative concept of the advertising message and the optimization advertising placement. All too often, the role of the second of these factors is underestimated. In this regard, the development of an analytic theory of media planning is very important. The problem of advertising effectiveness has been a subject of research for a very long time. The most thoroughly investigated questions are the questions of the impact of advertising messages on their audience. In this paper a mathematical economic theory of media planning is developed. Within the framework of this theory, the analysis of the spectrum of advertising reach is performed; methods of calculating an effective multi-media reach of the audience are developed; the concept of risk of advertising in the media is defined and a technique for its calculation is provided; methods of modeling of the synergy effects of advertising exposures are set out; the problem of advertising placement optimization is addressed.

**Key words:** Media planning, effective reach, reach spectrum, optimization, multimedia, advertising exposure, effectiveness of advertising.

## References

1. Du Plessis, E. (2008). *The Advertised Mind: Groundbreaking Insights into How Our Brains Respond to Advertising*. London, Kogan Page. (Rus. ed.: Dju Plessi, Je. (2007) *Psihologija reklamnogo vlijanija*. St Petersburg, Piter, 272).
2. Sissors, J., Baron, R. (2010). *Advertising Media Planning*. McGraw-Hill Education. (Rus.ed.: Sissors, Dzh.Z., Bjeron, R.E. (2004). *Reklamnoe mediaplanirovanie*. St Petersburg, Piter, 656).
3. Dejjan, A. (2003), *Reklama*. St Petersburg, Piter, 128.
4. Rossiter, J., Percy, L. (1997). *Advertising Communications and Promotion Management*. McGraw-Hill Companies. (Rus.ed.: Rossiter, Dzh.R., Persi, L. (2000). *Reklama i prodvizhenie tovarov*. St Petersburg, Piter).
5. Batra, R., Aaker, D., Myers, J. (1995). *Advertising Management*. New Jersey, Prentice Hall. (Rus. ed.: Batra, R., Majers, Dzh.Dzh., Aaker, D.A. (2004). *Reklamnyj menedzhment*. St Petersburg, Vil'jams).
6. Kotler, P. (2002). *Marketing management*. New Jersey, Prentice Hall. (Rus. ed.: Kotler, F. (1999). *Marketing. Menedzhment*. St Petersburg, Piter).
7. Aksha, R. (2003). *Sozdanie jeffektivnoj reklamy [Creating effective advertisements]*. Moscow, Vershina.
8. Hopkins, C. (2014). *Scientific Advertising*. New York, Merchant Books. (Rus. ed.: Hopkins, K. (2000). *Reklama. Nauchnyj podhod*. Moscow, Al'fa-Press).
9. Starch, D. (1923). *Principles of Advertising*. New-York.
10. Starch, D. (1966). *Measuring Advertising Readership and Results*. New-York, McGraw-Hill.
11. Zielske, H.A. (1959). The Remembering and Forgetting of Advertising. *Journal of Marketing*, Vol. 23, No 3, 239–243.
12. Krugman, H.E. (1975). What makes advertising effective? *Harvard Business Review*, March-April, 96–104.
13. Naples, M.J. (1979). *Effective Frequency*. New-York, Association of National Advertising.
14. Ostrow, J.W. (1982). *Setting Effective Frequency Levels, Effective Frequency*. Advertising Research Foundation. New-York, 89–102.
15. Jones, J.P. (1995). *When Ads Work*. Lexington. New-York.
16. Popov, A. (2005). *Effektivnost' reklamy [Advertising effectiveness]*. Moscow, Eksmo, 416.
17. Nazarov, M.M. (2011). *Zarubezhnye rynki televizionnoi reklamy: sravnitel'noe issledovanie [Television advertising markets abroad: Comparative study]*. Moscow, OOO NIPKTs Voskhod-A, 364.
18. Rust, R. (1986). *Advertising Media Models: A Practical Guide*. Lexington, Lexington Books.
19. Danaher, P.J., Rust, R. (1991). Canonical Expansion Model for Multivariate Media Exposure Distributions: A Generalization of the Duplication of Viewing Law. *Journal of Marketing Research*, Vol. 28, No 8, 361–367.
20. Rossiter, J.R., Danaher, P.J. (1998). *Advanced Media Planning*. Kluwer Academic Publishers, 112.
21. Shmatov, G.A. (2003). *Matematicheskie osnovy mediaplanirovaniia [Mathematical foundations of media planning]*. Ekaterinburg, Ural State University Press, 108.
22. Shmatov, G.A. (2014). Nauchnyi metod v ekonomike, marketinge i reklame [Scientific method in advertising and media planning]. *Marketing v Rossii I*

- zarubezhom [*Journal of Marketing in Russia and Abroad*], No 2, 3–15.
23. Shmatov, G.A. (2013). Planirovanie i jeffektivnost' periodicheskoj reklamy [Planning and effectiveness of flighting]. *Vestnik UrFU. Serija jekonomika i upravlenie [Bulletin of UrFU. Series Economics and Management]*. No 1, 123–131.
24. Shmatov, G.A. (2012). *Teorija mediaplanirovanija [Theory of Media Planning]*. Ekaterinburg, Liberal Arts University, 442.
25. Shmatov, G.A. (2010). K probleme poiska zakonornostej v sfere mediavozdejsvij [Identifying consistencies in media impacts]. *USTU-UPI Bulletin. Series Economics and Management*, No 6, 102–111.
26. Jones, J.P (1999). *The Advertising Business: Operations, Creativity, Media Planning, Integrated Communications*. New York, Sage Publ. (Rus.ed.: Dzhouns, Dzh. (2005). *Reklamnyj biznes*. Moscow, Vil'jams).

#### Information about the author

**Shmatov Georgy Artemovich** – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of the Integrated Marketing Communications and

Breeding, Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin, Ekaterinburg, Russia (620002, Ekaterinburg, Mira street, 19); e-mail: sga36@mail.ru.