

Л.А.Серков, канд. физ.-мат. наук, доц.  
Европейско-Азиатский институт управления  
и предпринимательства, г. Екатеринбург

## СИНЕРГЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА С УЧЕТОМ СЛИЯНИЙ И ПОГЛОЩЕНИЙ КОМПАНИЙ

В рамках синергетического подхода исследуется модернизированная модель экономического роста с учетом процесса слияний и поглощений компаний. Автором показано, что роль слияний и поглощений заключается в индуцировании ими явления, называемого катастрофой сборки. Предложена экономическая интерпретация модели.

Исследование синергетических моделей управления социально-экономическими системами становится в последнее время особенно актуальным. В рамках синергетических представлений развитие экономической системы представляет собой качественное изменение ее структуры и функционирования за счет кооперативного взаимодействия ее компонентов. Как и любая другая сложная открытая система, последняя проходит через чередование стадий порядка и хаоса. Экономическая система и ее компоненты в неустойчивом состоянии подвергаются изменениям – флуктуациям, которые экономика до определенного предела может нейтрализовать, чему способствует устойчивость ее структуры в течение эволюционного периода. При превышении флуктуирующими параметрами критических значений наступает момент, когда изменение параметров приводит к скачкообразному переходу экономики в качественно иное состояние, на новую траекторию развития. Так наступает точка бифуркации – точка ветвления вариантов развития. Таким образом, при изменяющихся внешних условиях эволюция системы представляет собой последовательность различных аттракторов, переход между которыми происходит через неустойчивые состояния и бифуркации.

При синтезе и анализе социально-экономических систем синергетические модели представляют интерес для выявления «узких мест», возникающих в ходе развития системы. В случае построения адекватных моделей могут быть проанализированы альтернативные экономические стратегии и дан прогноз развития системы при различных управляющих воздействиях. Заметим, что хотя синергетические модели позволяют лишь качественно (на концептуальном уровне) описать исследуемые явления, тем не менее с их помощью можно выявлять различные нелинейные особенности изучаемых процессов, что невозможно сделать в рамках имитационных моделей. Кроме того, ценность этих моделей состоит в том, что они позволяют исследовать влияние различных эндогенных и экзогенных факторов на поведение нелинейных траекторий изучаемой системы.

Теоретические исследования в области синергетического моделирования в экономике проводятся в разных направлениях. При этом все динамические модели как аналитические, так и допускающие лишь вычислительный эксперимент, можно условно разделить на две группы. К первой относятся модели экономического роста, ко второй – мо-

дели экономического цикла или, в более широком смысле, экономических колебаний. Хотя колебательная динамика в большей мере соответствует реальным процессам по сравнению с поведением моделей роста<sup>1</sup>, тем не менее выявление «узких мест» последних, в том числе влияние различных факторов на поведение моделей роста, представляет также научный и практический интерес.

В одной из предыдущих работ автора предлагаемой публикации описано применение синергетического подхода к экономическим процессам на примере модели циклических колебаний, описывающей слияния и поглощения компаний и допускающей режимы детерминированного хаотического поведения траекторий<sup>2</sup>. В настоящей публикации в рамках синергетического подхода исследуется модель экономического роста с учетом слияний и поглощений компаний.

Прежде чем привести уравнения модели, отметим следующее. Слияния и поглощения компаний – один из самых распространенных путей развития, к которому прибегают в настоящее время большинство даже самых успешных компаний. Этот процесс в современных условиях становится явлением обычным, практически повседневным. Зачастую непросто провести границу между слиянием и поглощением. Кроме того, существуют определённые различия в толковании данных понятий в зарубежной теории и практике и в российском законодательстве. В предлагаемой работе авторы будут придерживаться зарубежной практики, при которой под слиянием, например, понимается объединение нескольких фирм, в результате которого одна из них выживает, а остальные

утрачивают самостоятельность и прекращают существование. В российском законодательстве этот случай подпадает под термин «присоединение», поэтому для определенности в дальнейшем в статье будет использоваться именно этот термин. Основными допущениями модели являются следующие:

- 1) наличие двух групп компаний – компании, которые могут присоединяться (условно будем называть их компании–жертвы), и компании, которые присоединяют (компании–хищники). Например, первые могут отличаться от вторых меньшей величиной запасов основного капитала;
- 2) в отсутствие компаний–хищников скорость накопления капитала компаний–жертв описывается логистической функцией;
- 3) компании–хищники могут находиться в двух состояниях: либо в состоянии присоединения компаний–жертв, либо в состоянии развития (роста) – в виде компаний–комплексов, образованных присоединением последних к первым. Через некоторое время последние также могут переходить в состояние присоединения компаний–жертв;
- 4) накопление капитала компаниями–комплексами происходит в соответствии с односекторной моделью Солоу с учетом синергетического эффекта в использовании трудовых ресурсов.

Исследуемая модель описывает как дружественные, так и недружественные слияния и поглощения компаний при любой форме их интеграции (горизонтальные, вертикальные и т. д.) и является разновидностью Вольтерровских систем. Модель предполагает, что в результате слияний и поглощений происходит полный или частичный переход капитала

<sup>1</sup> Колемаев В.А. Математическая экономика. М.: Юнити, 2002, 400 с.

<sup>2</sup> Буланчев В.А., Серков Л.А. Синергетическое моделирование образовательных процессов. Екатеринбург, Институт экономики УрО РАН, 2007, 232 с.

от одних фирм к другим, и применима для компаний или группы компаний, образующих кластеры, холдинги и т. д. Исходная система уравнений для изучаемой модели выглядит в виде

$$x' = A + \lambda \cdot x \cdot (1 - x / N) - \theta \cdot x \cdot y; \quad (1)$$

$$y' = -\theta \cdot x \cdot y + s / \tau_R \cdot F(K, z \cdot L) / L - \mu \cdot y; \quad (2)$$

$$k' = s \cdot f(k, z) - (\delta + n) \cdot k, \quad (3)$$

где  $x', y', k'$  – производные по времени  $t$ , характеризующие накопление основного капитала присоединяемыми компаниями –  $x$  (компании-жертвы), компаниями, присоединяющими первые –  $y$  (компании-хищники) и компаниями – комплексами, образованные присоединением первых ко вторым –  $k$ . Переменные  $x, y, k$  в уравнениях (1)–(3) являются эндогенными удельными показателями накопления капитала соответствующих компаний. При этом  $x = X / L_1, y = Y / L_2, k = K / L$ , где  $X, Y, K$  – абсолютные значения основного капитала соответствующих компаний,  $L_1, L_2, L = L_1 + L_2$  – число занятых в этих компаниях,  $L = L_0 \cdot \exp(n \cdot t)$ , где  $n$  – годовой темп прироста числа занятых. Уравнение (1) описывает эволюцию объекта в условиях ограниченных ресурсов и конкуренции, ограничивающей рост. Параметр  $A$  является постоянной абсолютной скоростью накопления капитала компаниями-жертвами, связанной с приходом новых компаний на рынок,  $\lambda$  – абсолютная скорость прироста капитала этих компаний,  $N$  – так называемая поддерживающаяся емкость рынка капитала. Последний член уравнения (1) описывает процесс присоединения компании – жертвы к компании – хищнику,  $\theta$  – удельная скорость присоединения компаний. В уравнении (2) параметр  $s$  – норма накопления капитала компаниями – комплексами ( $0 < s < 1$ ),  $\tau_R$  – жизненный цикл этих компаний между двумя по-

следовательными актами присоединения компаний – жертв,  $F(K, z \cdot L) = K^\alpha \cdot (z \cdot L)^{1-\alpha}$  – производственная функция компании – комплекса, характеризующая объем выпуска продукции в стоимостном выражении. Считаем, как отмечалось выше, что синергетический эффект процесса слияний и поглощений состоит в рациональном использовании трудовых ресурсов и человеческого капитала. Параметр  $z$  – синергетический параметр использования трудовых ресурсов, при этом  $F(K, z \cdot L) / L = f(k, z) = k^\alpha \cdot z^{1-\alpha}$ , где  $k = K / L$ . При этом  $z > 1$  при положительном синергетическом эффекте от присоединений компаний и  $0 < z < 1$  при отрицательном синергетическом эффекте. Последний член уравнения (2) описывает убыль капитала, связанную с отсутствием ресурсов и конкуренции, компаний – хищников, участвующих в присоединении компаний – жертв,  $m$  – абсолютная скорость этого процесса. Уравнение (3), как уже говорилось выше, описывает накопление капитала компаниями – комплексами в соответствие с односекторной моделью Солоу. В этом уравнении используются следующие экзогенные показатели:  $s$  – норма накопления основного капитала,  $d$  – доля выбытия основного капитала ( $0 < d < 1$ ),  $n$  – годовой темп прироста числа занятых ( $-1 < n < 1$ ).

Переходя к безразмерному виду уравнений и измеряя время  $t$  в единицах  $1/\mu$ ,  $x$  – в единицах  $N$ ,  $y$  – в единицах  $\mu/\theta$ ,  $k$  – в единицах  $(\mu/s)^{1/\alpha-1} \cdot z$  получим в окончательном виде:

$$x' = A_1 + b \cdot x \cdot (1 - x) - x \cdot y; \quad (4)$$

$$y' = -\gamma \cdot x \cdot y + C \cdot k^\alpha - y; \quad (5)$$

$$k' = k^\alpha - \beta \cdot k, \quad (6)$$

где параметры  $A_1 = A / (N \cdot \mu), b = \lambda / \mu, \gamma = N \cdot \theta / \mu, C = 1 / \tau_R \cdot \theta \cdot z^{1-\alpha} / \mu^\alpha$ , считаем постоянными. Параметр  $C \sim z^{1-\alpha}$  в дальнейшем будем называть параме-

тром эффективности развития компаний –хищников.

Замечательной особенностью стационарных решений системы уравнений (4)–(6) является то, что они могут описывать катастрофы типа сборки<sup>3</sup>. Это означает, что стационарные решения  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  при определенных условиях обладают свойством бистабильности. Бифуркационный анализ системы уравнений (4)–(6) проводился в п/п Matcont (пакет расширения Matlab) методом продолжения по параметру. На рис.1 показана зависимость стационарного значения  $\bar{y}$  от параметра  $b$  при различных значениях параметра эффективности роста компаний–хищников  $C$ . При увеличении абсолютной скорости прироста капитала компаний–жертв  $b$ , удельное отношение слияний и поглощений на единицу трудового ресурса (в стоимостном выражении)  $\bar{y}$  уменьшается непрерывно во

всей области изменения  $b$  при значениях  $C < C_c$  (при эффективном развитии компаний – жертв последние избегают дружественных присоединений). При  $C > C_c$  уменьшение  $\bar{y}$  происходит непрерывно только до значения  $b$ , соответствующего точке поворота (точка LP1 на рис.1) на гистерезисной петле. При дальнейшем уменьшении происходит скачок и значение  $\bar{y}$  резко падает к нижней ветви стационарных состояний. При движении по гистерезисной петле в обратном направлении скачок происходит в точке LP2 на рис.1.

Таким образом, рост эффективности развития компаний–жертв приводит к непрерывному снижению удельного отношения слияний и поглощений (в стоимостном выражении) во всей области значений абсолютной скорости прироста их капитала при значении параметра эффективности развития компаний – хищников  $C \sim z^{1-a}$  меньше критического значения. При значении последнего, превышающего критическое, вследствие

<sup>3</sup> Романовский М.Ю., Романовский Ю.М. Введение в эконофизику. Статистические и динамические модели. М., Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2007, 280с.

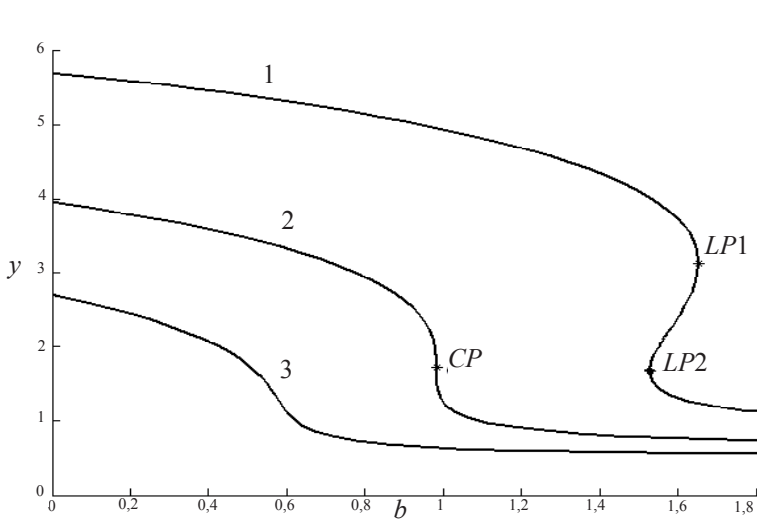


Рис.1. Зависимость стационарного значения  $\bar{y}$  от параметра  $b$  при различных значениях параметра эффективности  $C$  в системе уравнений (4)-(6). Параметр  $A_1 = 0,3$ . Кривая 1 соответствует значению  $C = 0,5$ ; 2 –  $C = 0,43$ ; 3 –  $C = 0,3$ .  
Обозначения точек бифуркации в тексте

бистабильности, происходит скачкообразное уменьшение доли слияний и поглощений (рис.1), т. е. скачкообразный переход экономики в качественно иное состояние, на новую траекторию развития. Соответствующая критическая точка является точкой сборки (точка  $CP$  на рис.1). Заметим, что критическая точка  $CP$  является точкой бифуркации коразмерности два, а точки  $LP1$ ,  $LP2$  – точки бифуркации коразмерности один<sup>4</sup>. Область на гистерезисной кривой между этими точками является областью метастабильных (неустойчивых) состояний, а области выше точки  $LP1$  и ниже точки  $LP2$  – области устойчивых состояний.

В силу постоянно увеличивающегося количества и общего объема сделок по слияниям и поглощениям в течение последнего десятилетия можно считать, что уравнения (1)–(3) описывают «модернизованную» (по сравнению с обычной моделью Солоу) модель экономического роста и используют ее в прикладных исследованиях при изучении, например, динамики фондовооруженности отдельных отраслей, регионов и т.д. Поэтому интересно проанализировать экономическую интерпретацию предлагаемой модели. К сожалению, непосредственное использование уравнений (1)–(3) для имитации экономического роста отдельных отраслей или промышленности региона не представляется возможным ввиду трудностей, связанных с параметризацией модели (недостаток статистических данных). Однако подобная интерпретация синергетического подхода к анализу деятельности всей промышленности Свердловской области и ее отдельных отраслей подробно проведена в работе [5]. В этой работе авторами исследовалась устойчивость стационарных состояний методами теории катастроф, которые позволяли в результате обработки статистических

<sup>4</sup> Арнольд В.И. Теория катастроф. М.: Наука, 1983, 80 с.

данных дать оценку текущего состояния экономического объекта с точки локальной или глобальной устойчивости в наглядном графическом виде, определить точки равновесия на детерминированной ветви развития и изучить временную деформацию потенциальных функций. Теоретической основой работы<sup>5</sup> являлись нелинейные математические методы синергетики и теории катастроф. Как отмечалось выше, в работе<sup>5</sup> анализировалась динамика развития всей промышленности Свердловской области и таких ее отраслей, как легкая и химическая, где доля слияний и поглощений невелика. Автор предлагаемой работы проанализировал динамику роста таких отраслей, как черная и цветная металлургия, в которых по статистическим данным<sup>6</sup> доля слияний и поглощений в период 2000–2004 гг. (в объемном выражении) максимальна (~ 60 %). Обработка экспериментальных данных производилась, как и в работе<sup>5</sup>, методом наименьших квадратов в виде потенциальных функций, используемых в катастрофе сборки. В качестве потенциальной функции использовалось отношение материальных издержек  $M$  к выручке  $B$ . Эта потенциальная функция, как и в работе<sup>5</sup>, обрабатывалась полиномом четвертой степени

$$M / B = d_0 + d_1 \cdot u + d_2 \cdot u^2 + d_3 \cdot u^3 + d_4 \cdot u^4, \quad (7)$$

где параметры  $d_0 - d_4$  определялись из статистических данных<sup>7</sup> Такой

<sup>5</sup> Быстрый Г.П. Методы синергетики в анализе структурных сдвигов в промышленности: Разработка унифицированных моделей и алгоритмов анализа устойчивости текущих состояний в условиях внешнего и внутреннего управления // Вестн. кибернетики. Тюмень: Изд-во ИПОС СО РАН, 2003, в.2, С. 71-88.

<sup>6</sup> Регионы России. Социально-экономические показатели. 2005: Стат. сб./ Росстат. М., 2006.

<sup>7</sup> Свердловская область в 2000 – 2004 гг.: статистический сборник // Территориальный орган Федеральной службы государственной статистики по Свердловской области. Екатеринбург, 2005.

полином, связанный с катастрофой сборки, дает три точки равновесия, две из которых могут быть устойчивыми. Каждый из параметров имеет определенный смысл<sup>8</sup>.

На рис. 2 показана зависимость вида потенциальной функции для черной и цветной металлургии в период 2001 – 2004г. в зависимости от  $u = B/L$ , где  $B$  – суммарная выручка этих отраслей за исследуемый период;  $L$  – фонд оплаты труда. Минимизируемая функция  $M/B$  имеет два устойчивых минимума, примерно равных по величине. Правый минимум соответствует условию равновесия системы при малом фонде оплаты труда. **Заметим**, что положения миниму-

<sup>8</sup> Буланчев В.А., Серков Л.А. Синергетическое моделирование образовательных процессов. Екатеринбург, Институт экономики УрО РАН, 2007, 232 с.

мов соответствуют положению точек бифуркации  $LP1, LP2$  на рис. 1. Отклонения от минимальных значений соответствуют состояниям неравновесия. Таким образом, приведенная зависимость доказывает (хотя и косвенно) адекватность предлагаемой модели наблюдаемым процессам регионального роста.

Кроме того, скачкообразность процесса слияний и поглощений реально наблюдается в современной экономике. Например, лавинообразный процесс слияний и поглощений, начавшийся в 80-х гг. и достигший своего апогея в середине 90-х, сформировал новые очертания современной финансово-банковской системы. В 2006 г. рост российского рынка слияний и поглощений составил 111 % — с 53 млрд дол. в 2005

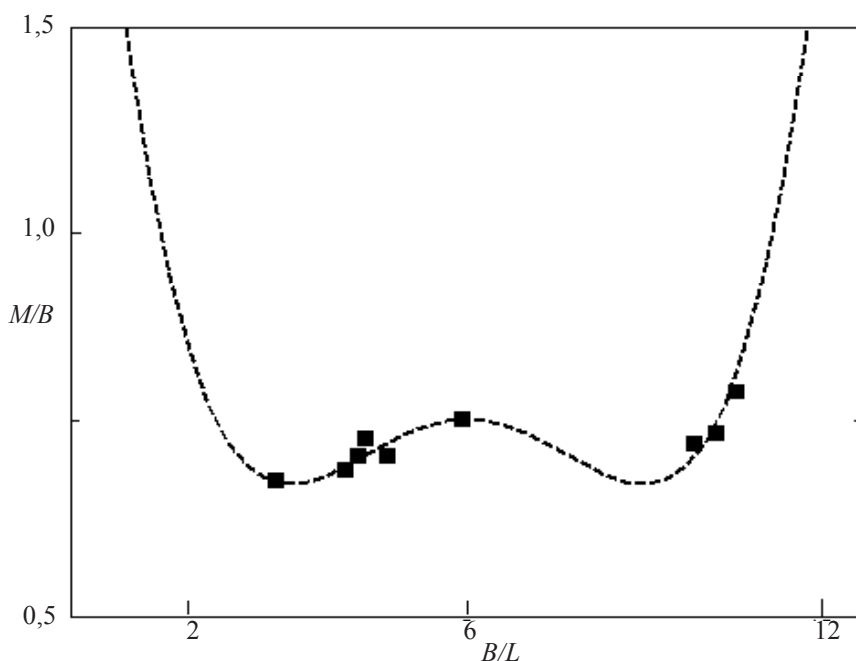


Рис. 2. Вид потенциальной функции для черной и цветной металлургии в период 2001–2004 гг.  $M/B$  в зависимости от  $B/L$  по данным\*.  $B$  – суммарная выручка этих отраслей за исследуемый период;  $L$  – фонд оплаты труда в отраслях;  $M$  – материальные издержки

\*Быстрой Г.П. Методы синергетики в анализе структурных сдвигов в промышленности: Разработка унифицированных моделей и алгоритмов анализа устойчивости текущих состояний в условиях внешнего и внутреннего управления // Вестн. кибернетики. – Тюмень: Изд-во ИПОС СО РАН, 2003, в.2, с. 71-88.

г. до 111 млрд дол. в 2006 г., таким образом, российский рынок составил почти 70 % рынка слияний и поглощений в Центральной и Восточной Европе <sup>9</sup>.

Нарастание активности в использовании информационных технологий и Интернета убеждает каждого, что прежнее мышление на основе старых экономических парадигм больше не является надежным. Нелинейное поведение экономики становится все более очевидным фактом. Возникла необходимость в разработке новых приемов

<sup>9</sup> Романовский М. Ю., Романовский Ю.М. Введение в эконофизику. Статистические и динамические модели. М., Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2007, 280с.

регулирования экономики, основанных в том числе и на нелинейном поведении процессов роста. Поэтому исследование нелинейных процессов в экономике и факторов, влияющих на них, особенно актуально. В настоящей работе в рамках синергетического подхода изучалась модернизированная с учетом процессов слияний и поглощений модель экономического роста (модель Солоу). Роль последних заключается в индуцировании ими явления бистабильности и скачкообразных переходов из одного равновесного состояния в другое (бифуркационных процессов).