DOI 10.15826/vestnik.2020.19.3.017
УДК 330.45

Original Paper

Оптимальное адаптивное управление численностью сотрудников и системой продаж банка

А. Ф. Шориков[1], *А. С. Филиппова*[2], *В. А. Тюлюкин*[3]

[1] *Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина, г. Екатеринбург, Россия*

[2] *ПАО «Сбербанк России», г. Москва, Россия*

[3] *Уральский государственный экономический университет, г. Екатеринбург, Россия*

afshorikov@mail.ru

Аннотация. Значительные изменения, происходящие как в мировой, так и в российской банковской системе, требуют немедленной реакции от участников рынка на появляющиеся вызовы. Сокращение времени принятия решений вынуждает любой коммерческий банк осуществлять цифровизацию и автоматизацию всех основных фронт- и бэк-офисных процессов. В настоящее время большинство управленческих решений в банковской деятельности принимаются либо экспертным путем, либо на основании разовых расчетов экономической эффективности отдельных проектов, что не позволяет быстро и качественно проводить сценарный анализ развития ситуации в различных рыночных условиях. Цель исследования заключается в разработке динамической экономико-математической модели и методики оптимального адаптивного управления численностью сотрудников и системой продаж банка и реализующей ее инструментальной компьютерной программной системы. Гипотеза данного исследования – применение новой динамической управляемой экономико-математической модели, а также новой вышеуказанной методики повышает эффективность данного процесса с точки зрения выбранного критерия качества по сравнению с результатами программного управления. Новизной данной статьи является разработка новой детерминированной динамической экономико-математической модели для принятия оптимальных адаптивных управленческих решений банка, разработанный авторами метод ее решения и создание соответствующего моделирующего компьютерного программного комплекса. В работе представлены основные этапы создания предлагаемой дискретной управляемой динамической экономико-математической модели при наличии заданного критерия качества – Cost Income Ratio розничного блока банка. На практическом примере приведен алгоритм решения рассматриваемой задачи оптимизации адаптивного управления, для всех полученных результатов реализовано компьютерное моделирование их формирования и проведен анализ полученных вариантов оптимальных решений. На основании предложенной динамической модели можно решать и другие задачи оптимизации программного и адаптивного управления процессами, определяющими банковскую деятельность и разрабатывать автоматизированные информационные системы для реализации поддержки принятия управленческих решений в этой сфере.

Ключевые слова: адаптивное управление; векторная оптимизация процесса; динамическое моделирование; повышение эффективности; банковские процессы.

1. Актуальность исследования

Наш век – век разработки и создания высоких технологий и искусственного интеллекта. Современные коммерческие банки пытаются внедрять новые цифровые технологии как в свою повседневную операционную деятельность, так и в процессы разработки новых продуктов, выстраивания моделей продаж, развития каналов дистрибуции и повышения эффективности профильной деятельности [1, 2].

На фоне динамично развивающегося банковского сектора, сокращения количества действующих кредитных организаций и, как следствие, увеличения конкуренции, существующие банки должны регулярно совершенствовать свою деятельность, чтобы удерживать действующих и привлекать новых для банка клиентов. Не менее важным, с точки зрения повышения эффективности банковской деятельности, является управление ресурсами, в том числе персоналом. Высокая стоимость физических каналов обслуживания клиентов, обслуживающих реализацию цифровизации, ставит под вопрос их дальнейшее существование и, как следствие, расширение штата операционных сотрудников банка [3, 4].

Чтобы успешно функционировать в сложившихся условиях, кредитные организации вынуждены действовать максимально оперативно, принимая решения о стратегии развития, выводе продукта на рынок или сокращении присутствия в отдельных его сегментах. Причем принимать быстрые и одновременно качественные решения становится все сложнее.

В современном мире на помощь банковским служащим приходят автоматизированные системы поддержки принятия решений, построенные в том числе на базе Data Science- и Machine Learning – моделей данных и инструментальных средств, которые в автоматическом режиме формируют наборы информации (отчетные формы, графическая визуализация, инфографика), достаточной для принятия управленческих решений, а иногда предлагающие различные варианты таких решений [5–9].

Важной составляющей эффективного использования таких систем является применения экономико-математических моделей и методов оптимального управления бизнес-процессами [10–13].

Объектом проводимого исследования является система принятия решений и управления численностью сотрудников и продажами розничного блока банка.

Предмет исследования – экономико-математические модели и методы оптимизации комплексного программного и адаптивного управления численностью сотрудников и продажами розничного блока банка.

Цель исследования заключается в разработке динамической экономико-математической модели и методики оптимального адаптивного управления численностью сотрудников и системой продаж розничного блока банка и реализующей ее инструментальной компьютерной программной системы.

Гипотеза данного исследования – применение новой динамической управляемой экономико-математической модели, а также новой методики оптимального адаптивного управления численностью сотрудников и продажами розничного блока банка повышает эффективность данного процесса с точки зрения выбранного критерия качества по сравнению с результатами программного управления.

2. Степень изученности проблемы

Современные экономико-математические модели и созданные на их базе инструментальные компьютерные программные системы позволяют проводить комплексный анализ деятельности универсального коммерческого банка – от анализа кредитного портфеля до оптимизации бизнес и back-офисных процессов, реализации сложных исследований по принятию решений о купле-продаже валюты и ценных бумаг.

В статье Т. М. Поповой рассматривается построение математической модели ликвидности банка при наличии всех видов банковской деятельности, таких как привлечение во вклады денежных средств физических и юридических лиц, ведение банковских счетов, кредитование и инвестирование в ценные бумаги [14]. Проведен расчет модели моментальной ликвидности банка при реалистичном сценарии развития экономики, при выполнении всех норм и ограничений, определенных инструкцией Банка России.

Большая часть работ посвящена построению оптимального кредитного портфеля. В работе С. С. Подлужного и С. В. Кругликова предлагается экономико-математическая модель построения оптимального кредитного портфеля коммерческого банка на основе связи классической теории портфельных инвестиций и таких риск-метрик индивидуальных кредитов, как вероятность дефолта в течение ближайшего года (PD), потери в случае дефолта (LGD) и стоимость под риском дефолта (EAD) [15].

Задача максимизации прибыли, получаемой банком от реализации инвестиционных проектов, рассмотрена в работе Е. А. Семенчина и Е. Ю. Шаталовой [16]. В работе приведены обобщенные формулы для вычисления индекса среднего риска, средней продолжительности инвестирования и динамики денежных средств по месяцам. Представлен пример максимизации прибыли получаемой банком за период инвестирования.

Проблемой разработки линейки моделей динамики активов и пассивов банка с использованием аппарата дифференциальных и разностных уравнений занимались в своей работе В. В. Селютин и К. Э. Месропян [17]. Предлагаемый ими модельный подход помогает найти применение моделей в банковских системах поддержки принятия решений, позволяет расширить спектр их возможностей и сделать модели более реалистичными. Предложенная модель может быть использована для исследования различных способов размещения активов в целях выбора рационального решения.

Рассмотрены оригинальные методики проектирования и разработки информационных систем для оптимизации процессов управления и реализации имитационного моделирования в различных экономических системах [18, 19].

Отметим, что в большей части работ, посвященных банковской деятельности в области математического моделирования, рассматривается проблематика оптимизации структуры баланса или управления ликвидностью. Научные статьи, посвященные проблеме оптимизации банковского персонала и управления системой продаж банка с использованием математического моделирования, встречаются достаточно редко.

Задача управления численностью персонала банка изучалась, например, в работе [20]. А. А. Фурсой разработана имитационная экономико-математическая модель обслуживания клиентов банка, позволяющая принимать решение о необходимости изменения численности персонала дополнительного офиса банка исходя из количества обращений клиентов. В основе предлагаемой модели – методы математической статистики, теории массового обслуживания и имитационного моделирования.

В данной статье, в отличие от большей части имеющихся работ по данной тематике, рассматривается задача оптимизации адаптивного управления конкретным бизнес-процессом – управления численностью персонала розничного блока коммерческого банка путем построения соответствующей дискретной управляемой динамической экономико-математической модели и введения класса допустимых стратегий адаптивного управления.

3. Построение экономико-математической модели управления розничным блоком коммерческого банка

Представим процедуру формирования динамической экономико-математической модели для исследования процессов оптимизации управления розничным бизнесом банка. Подобные модели для экономических систем в других сферах экономики представлены, например, в работах [21, 22].

Рассмотрим особенности процесса принятия управленческих решений и входные данные для использования в работе розничного подразделения банка в случае корректировки нормативов продаж для различных их ролей сотрудников и их численности.

Для построения модели принятия решений необходимо ввести следующие обозначения:

n – количество основных банковских «портфельных» продуктов для физических лиц (например, ипотечное кредитование, автокредитование, депозиты физическим лицам, дебетовые банковские карты и др.; $n \in \mathbf{N}$; где $\mathbf{N}$ – множество всех натуральных чисел, в этом случае и в дальнейшем тексте);

m – общее количество должностей сотрудников, реализующих продукты для физических лиц (в функциях одних ролей прописаны обязанности по продажам нескольких видов продуктов, других – только одного продукта; $m \in \mathbf{N}$);

$x(t) = (x_1(t), x_2(t))' \in \mathbf{R}^n$ – вектор, описывающий объем портфеля банковских продуктов за период времени t, тыс. руб. $(t \in \overline{0, T-1} = \{0, 1, 2, ..., T-1\}; T \in \mathbf{N})$, у которого каждая i-я координата $x_i(t)$ соответствует значению объема портфеля i-го вида банковских продуктов $(i \in \overline{1, n})$, тыс. руб.; здесь и далее по тексту для $k \in \mathbf{N}, \mathbf{R}^k$ есть k-мерное евклидово векторное пространство векторов-столбцов; T – количество месяцев, определяющих промежуток времени $\overline{0, T}$, на котором осуществляется управление рассматриваемым процессом;

$y(t) = (y_1(t), y_2(t), ..., y_m(t))' \in \mathbf{R}^m$ – вектор, описывающий численность различных должностей сотрудников в банке в период времени $t(t \in \overline{0, T-1})$, у которого каждая j-я координата $y_j(t)$ есть значение численности по штатному расписанию сотрудников должности j-го типа $(j \in \overline{1, m})$;

$A(t) = \| a_{ij}(t) \|, i \in \overline{1, n}, j \in \overline{1, m}$ – матрица месячных нормативов продаж в период времени $t(t \in \overline{0, T-1})$, $a_{ij}(t)$ – нормативное количество проданных продуктов i-го вида сотрудником j-й должности, в штуках $(i \in \overline{1, n}, j \in \overline{1, m})$;

$H = (h_1, h_2, ..., h_n)' \in \mathbf{R}^n$ – вектор коэффициентов гашения портфеля каждой группы (вида) продукта в месяц (амортизация портфеля), %;

$S = (s_1, s_2, ..., s_n)' \in \mathbf{R}^n$ – вектор средних чеков продаж каждого продаваемого продукта, тыс. руб.;

$u(t) \in (u_1(t), u_2(t), ..., u_m(t))' \in \mathbf{R}^m$ – вектор введения численности каждой должности сотрудников (количество чел.), в период времени $t(t \in \overline{0, T-1})$, у которого каждая j-я координата $u_j(t)$ есть значение количества добавляемых штатных единиц сотрудников должности j-го типа ($j \in \overline{1,m}$).

Динамика численности сотрудников розничного блока банка и портфеля банковских продуктов для физических лиц, в зависимости от нормативов продаж, описывается системой квазилинейных рекуррентных уравнений вида:

$$\begin{cases} y_j(t+1) = y_j(\tau_t) + u_j(\tau_t),\ u_j(0) = 0, \tau_t = \\ = \tau \cdot \boldsymbol{E}(\frac{t}{\tau}), y_j(\tau_0) = y_j(0) = y_{0j},\ j \in \overline{1,m}, \\ x_i(t+1) = x_i(t) - h_i \frac{x_i(t)}{100} + \\ = s_i \sum_{j=1}^{m} a_{ij}(\tau_t)[y_j(\tau_t) + u_j(\tau_t)],\ x_i(0) = x_{0i}, \\ i \in \overline{1,n}, t \in \overline{0,T-1},\ h_i = \text{const}, s_i = \\ = \text{const},\ i \in \overline{1,n} \end{cases} \quad (1)$$

где τ – длительность периода времени неизменности численности должностного состава розничного блока банка и нормативов продаж ($\tau \in \mathbf{N}$, $\tau \le T$);

$\boldsymbol{E}: \mathbf{R}^1 \to \mathbf{Z} = \mathbf{N} \bigcup \{0\}$ – функция целой части действительного числа.

Вектор введения численности сотрудников $u(\tau_t) \in (u_1(\tau_t), u_2(\tau_t), \dots, u_m(\tau_t))' \in \mathrm{R}^m$ и матрица нормативов продаж $A(\tau_t) = \|a_{ij}(\tau_t)\|$, ($j \in \overline{1,m}$), в рамках розничного блока банка в период времени $t(t \in \overline{0,T-1})$ являются *управляющими воздействиями (управлениями)* в системе уравнений (1), для которых необходимо выполнение следующих заданных ограничений:

$$\bar{u}(t) = (u(\tau_t), A(\tau_t)) \in \bar{\boldsymbol{U}}_1(t, y(\tau_t), y(\tau_t - 1)) = \\ = (\boldsymbol{U}_1(\tau_t) \times \boldsymbol{A}_1(\tau_t)) \subset \mathbf{R}^{\bar{p}} (\bar{p} = m(n+1) \in \mathbf{N}), \quad (2)$$

$$u(\tau_t) \in \boldsymbol{U}_1(\tau_t) \subset \mathbf{R}^m, t \in \overline{0,T-1}, \boldsymbol{U}_1(\tau_t) = \\ = \left\{ \begin{matrix} u(\tau_t):\ u(\tau_t) \in \{u^{(1)}(\tau_t), u^{(2)}(\tau_t), \dots, \\ u^{(N_{\tau_t})}(\tau_t)\} \subset \mathbf{R}^m \end{matrix} \right\}, \\ N_{\tau_t} \in \mathbf{N} \quad (3)$$

$$A(\tau_t) \in \boldsymbol{A}_1(\tau_t) \subset \mathbf{R}^{(n \times m) \times M_{\tau_t}}, \boldsymbol{A}_1(\tau_t) = \\ = \left\{ \begin{matrix} A(\tau_t):\ A(\tau_t) \in \{A^{(1)}(\tau_t), A^{(2)}(\tau_t), \dots, \\ A^{(M_{\tau_t})}(\tau_t)\} \subset \mathbf{R}^{(n \times m) \times M_{\tau_t}} \end{matrix} \right\}, \\ M_{\tau_t} \in \mathbf{N} \quad (4)$$

где N_{τ_t} – количество допустимых управляющих воздействий $u(\tau_t)$в период времени t($N_{\tau_t} \in \mathbf{N}$); M_{τ_t} – количество допустимых матриц $A(\tau_t)$ нормативов продаж в период времени t($M_{\tau_t} \in \mathbf{N}$).

В процессе управления для всех $t(t \in \overline{0,T-1})$ должны также выполняться следующие заданные фазовые ограничения:

$$\bar{x}(t) = (y(t), x(t)) \in \bar{\boldsymbol{X}}_1(t) = \boldsymbol{Y}_1(t) \times \boldsymbol{X}_1(t), \quad (5)$$

$$y(t) \in \boldsymbol{Y}_1(t), x(t) \in \boldsymbol{X}_1(t), \boldsymbol{Y}_1(t) = \{y(t) : y(t) = \\ = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t))' \in \mathbf{R}^m, \forall i \in \overline{1,m}, \\ y_i(t) \ge 0\}, \boldsymbol{X}_1(t) = \{x(t) : x(t) = (x_1(t), x_2(t), \\ \dots, x_n(t))' \in \mathbf{R}^n, \forall i \in \overline{1,n},\ x_i(t) \ge 0\}. \quad (6)$$

Набор $\bar{x}(t) = (y(t), x(t))' \in \mathbf{R}^{\bar{n}}$ образует фазовый вектор дискретной динамической системы (1), где $\bar{n} = m + n$.

В рамках решаемой задачи установим ограничение, что управляющее воздействие $\bar{u}(t) = (u(\tau_t), A(\tau_t)) \in \bar{\boldsymbol{U}}_1(t)$, $t \in \overline{0,T-1}$, может изменяться не чаще, чем 1 раз в 6 месяцев, т. е. при $\tau \ge 6$.

Для рассматриваемого целочисленного промежутка времени $\overline{0,T}$, фиксированного периода времени $\vartheta \in \overline{0,T-1}$ ($T \in \mathbf{N}$) и соответствующего целочисленного промежутка времени $\overline{\vartheta,T} \subseteq \overline{0,T}$ обозначим символом $\bar{x}(T) = \phi_{\overline{\vartheta,T}}(T; \bar{x}(\vartheta), \bar{u}(\cdot))$ финальное состояние (в момент времени T) траектории $\bar{x}(\cdot) = \{\bar{x}(t)\}_{t \in \overline{\vartheta,T}} = \{y(t), x(t)\}_{t \in \overline{\vartheta,T}}$ фазового вектора дискретной динамической системы (1).

Схожие модели для банковской деятельности, только в упрощенном виде, рассматривались в работах [23, 24]. В них исследовался процесс построения экономико-математических моделей программного управления численностью персонала и системой продаж банка для одного и нескольких критериев качества. При этом применение данных моделей не учитывало изменение входных параметров модели с течением времени, т. е. согласно результатам моделирования предлагалось на всем рассматриваемом промежутке времени использовать оптимальное программное управление, выбранное на начальном этапе моделирования. Однако в реальности параметры рассматриваемой модели могут меняться достаточно часто как под воздействием факторов внешней среды, так и внутренних решений банковского менеджмента. Например, в случае изменения ключевой ставки ЦБ РФ рассматриваются варианты корректировки процентных ставок по кредитам и депозитам банка. Средние суммы кредитов могут вырасти под влиянием инфляции и роста спроса на недвижимость, автотранспорт и другие цели кредитования. Численность сотрудников банка может также отклоняться от выбранного сценария в случае, например массового увольнения персонала, либо при решении о необходимости найма сотрудников той или иной категории ввиду отсутствия на рынке труда данных специалистов. Все эти параметры в значительной степени влияют на результаты моделирования. Соответственно, для более эффективного применения модели необходимо учитывать все возможные их изменения при выборе оптимального управления. Таким образом, требуется учитывать обратную связь о состоянии параметров модели.

Обозначим информационные возможности субъекта управления – менеджера P розничного блока банка в процессе адаптивного (по принципу обратной связи) управления в дискретной динамической системе (1) – (6).

Пусть на рассматриваемом целочисленном промежутке времени $\overline{0,T}$ для любого $\vartheta \in \overline{0,T-1}$ ($T \in \mathbf{N}$) и соответствующего целочисленного промежутка времени $\overline{\vartheta,T} \subset \overline{0,T}$ к моменту времени ϑ в процессе адаптивного управления менеджером P измеряются и фиксируются следующие величины: $\overline{x}(\vartheta) = \overline{x}_\vartheta$ – фазовое состояние объекта управления в период управления ϑ $(\overline{x}(0) = \overline{x}_0)$; $\overline{u}(\cdot) = \{\overline{u}(t)\}_{t \in \overline{0,\vartheta-1}}$ – история реализации допустимого управления менеджера P на промежутке времени $\overline{0,\vartheta}$. Предполагается также, что система уравнений динамики (1) объекта управления и ограничения (2) – (6) для него также известны.

Функционалом качества для рассматриваемого процесса адаптивного управления является коэффициент *Cost Income Ratio (CIR)*, который оценивает отношение операционных затрат к операционному доходу розничного блока банка на промежутке времени $\overline{\vartheta,T}$, который равен допустимым (возможным) значениям терминального функционала $\boldsymbol{F}_{\overline{\vartheta,T}} : \mathbf{R}^{\overline{n}} \to \mathbf{R}^1$, определенного на допустимых (возможных) реализациях фазового вектора $\overline{x}(T) = (y(T), x(T))' = \phi_{\overline{\vartheta,T}}(T; \overline{x}(\vartheta), \overline{u}(\cdot))$ системы (1) – (6) в финальный момент времени, которые соответствуют допустимым реализациям наборов $(\overline{x}(\vartheta), \overline{u}(\cdot))$.

Тогда в рамках сформированной дискретной динамической системы (1) – (6) цель оптимального адаптивного управления с точки зрения менеджера P розничного блока банка может быть определена следующим образом: на заданном промежутке времени $\overline{0,T}$ требуется, чтобы менеджер P организовал свое управление $\overline{u}(\cdot) = \{\overline{u}(t)\}_{t \in \overline{0,T-1}}$ $(\forall t \in \overline{0,T-1} : \overline{u}(t) \in \overline{\boldsymbol{U}}_1(t, y(\tau_t), y(\tau_t - 1)))$ по принципу обратной связи, используя возможную в силу (1) – (6) реализацию значений фазового вектора

$\bar{x}(\cdot)=\{\bar{x}(t)\}_{t\in\overline{0,T}}$, совместно со всей доступной для него информацией об этом процессе, таким образом чтобы значение функционала $\boldsymbol{F}_{\overline{0,T}}=\boldsymbol{F}_{\overline{0,T}}(\bar{x}(T))$, определенного на реализации вектора, было минимальным (где $\bar{x}(T)$ есть реализация фазового вектора объекта управления, описываемого системой (1) в момент времени T, соответствующая реализации управления $\bar{u}(\cdot)$).

4. Формализация задач оптимизации программного и адаптивного управления процессом

Введем ряд определений, которые нужны для строгого математического формулирования задач оптимального программного и адаптивного управления в рассматриваемой дискретной динамической системе (1) – (6).

Здесь и далее для любых множеств X и Y множество $X\times Y$ есть произведение X и Y, т. е. множество всех пар (x, y), таких, что $x\in X,\ y\in Y$ (использование аналогичных обозначений справедливо и для большего числа множеств).

Назовем набор $w(\vartheta)=\{\vartheta,\bar{x}(\vartheta)\}\in\in\overline{0,T}\times\mathbf{R}^{\bar{n}}\ (w(0)=w_0=\{0,\bar{x}_0\})\ \vartheta$ - позицией менеджера P в дискретной динамической системе (1) – (6).

Для каждого $\vartheta\in\overline{0,T}$ определим также множество $\hat{\boldsymbol{W}}(\vartheta)=\{\vartheta\}\times\mathbf{R}^{\bar{n}}\ (\hat{\boldsymbol{W}}(0)==\hat{\boldsymbol{W}}_0=\{w(0)=w_0:\ w_0=\{0,\bar{x}_0\}\in\{0\}\times\mathbf{R}^{\bar{n}}\})$ всех допустимых ϑ-позиций менеджера P.

На рассматриваемом целочисленном промежутке времени $\overline{0,T}$ для фиксированного $\vartheta\in\overline{0,T-1}\ (T\in\mathbf{N})$ и соответствующего целочисленного промежутка времени $\overline{\vartheta,T}\subseteq\overline{0,T}$ на основании (2) – (6) для каждой допустимой ϑ-позиции $w(\vartheta)=\{\vartheta,\bar{x}(\vartheta)\}\in\hat{\boldsymbol{W}}(\vartheta)$ менеджера P определим конечное множество $\bar{\boldsymbol{U}}(\overline{\vartheta,T},w(\vartheta))=\{\bar{u}(\cdot)\}=\{(u(\cdot),A(\cdot))\}$ допустимых программных управлений $\bar{u}(\cdot)=(u(\cdot),A(\cdot))=(\{u(\tau_t)\}_{t\in\overline{\vartheta,T-1}},\{A(\tau_t)\}_{t\in\overline{\vartheta,T-1}})$ менеджера P, соответствующих промежутку времени $\overline{\vartheta,T}$, следующим соотношением:

$$\bar{\boldsymbol{U}}(\overline{\vartheta,T},w(\vartheta))=\{\bar{u}(\cdot):\ \bar{u}(\cdot)=(u(\cdot),A(\cdot))==(\{u(\tau_t)\}_{t\in\overline{\vartheta,T-1}},\{A(\tau_t)\}_{t\in\overline{\vartheta,T-1}})\subset\mathbf{R}^{\bar{p}\times(T-\vartheta)},\ \forall t\in\overline{\vartheta,T-1},(u(\tau_t),A(\tau_t))\in\bar{\boldsymbol{U}}_1(t,y(\tau_t),y(\tau_t-1))\}\qquad(7)$$

Далее, для фиксированного промежутка времени $\overline{t,\vartheta}\subseteq\overline{0,T}\,(t<\vartheta)$ t-позиции $w(t)=\{t,\bar{x}(t)\}\in\hat{\boldsymbol{W}}(t)$ менеджера P и его программного управления $\bar{u}(\cdot)\in\bar{\boldsymbol{U}}(w(\overline{t,\vartheta},w(t))$ определим согласно (1) – (6) следующее множество:

$$\boldsymbol{W}(t,w(t),\vartheta,\bar{u}(\cdot))=\{w(\vartheta):\ w(\vartheta)==\{\vartheta,\bar{x}(\vartheta)\}\in\hat{\boldsymbol{W}}(\vartheta),\ \forall\theta\in\overline{t+1,\vartheta},\ \bar{x}(\theta)=\phi_{\overline{t,\vartheta}}(\theta;\bar{x}(t),\bar{u}(\cdot))\in\bar{\boldsymbol{X}}_1(\theta)\},\qquad(8)$$

которое назовем множеством допустимых ϑ-позиций менеджера P, отвечающим его t-позиции $w(t)$и управлению $\bar{u}(\cdot)$.

Тогда для каждого фиксированного целочисленного промежутка времени и допустимых вариантов реализации наборов $(w(\vartheta),\bar{u}(\cdot))\in\hat{\boldsymbol{W}}(\vartheta)\times\bar{\boldsymbol{U}}(\overline{\vartheta,T},w(\vartheta))$, где $w(\vartheta)=\{\vartheta,\bar{x}(\vartheta)\}\in\hat{\boldsymbol{W}}(\vartheta)(w(0)=w_0)$ – ϑ-позиции менеджера P, а $\bar{u}(\cdot)=(u(\cdot),A(\cdot))=(\{u(\tau_t)\}_{t\in\overline{\vartheta,T-1}},\{A(\tau_t)\}_{t\in\overline{\vartheta,T-1}})\in\in\bar{\boldsymbol{U}}(\overline{\vartheta,T},w(t))$ – допустимое на этом промежутке времени программное управление менеджера P, в качестве показателя качества (целевой функции) адаптивного управления в дискретной динамической системе (1) – (6), описывающей динамику рассматриваемого процесса, а также имеющиеся ограничения, будем использовать функционал *Cost Income Ratio (CIR) розничного блока банка*, значения которого вычисляются по формуле (подробное описание расчета приведено в работе [23]):

$$\boldsymbol{\Phi}_{\overline{\vartheta,T}}(w(\vartheta),\bar{u}(\cdot)) = p(T) =$$
$$= \frac{\sum_{t=1}^{T}\left(\sum_{j=1}^{m} \upsilon_j y_j(t)+q\right)}{\sum_{t=1}^{T}\left(\frac{1}{12\cdot 100}\cdot\sum_{i=1}^{n}\left(x_i(t)+x_i(t-1)\right)\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(r_i-c_i\right)\right)} =$$
$$= \boldsymbol{F}_{\overline{\vartheta,T}}(\phi_{\overline{\vartheta,T}}(T;\bar{x}(\vartheta),\bar{u}(\cdot))) = \boldsymbol{F}_{\overline{\vartheta,T}}(\bar{x}(T)) \quad (9)$$

где $p(t)$ – значение CIR, %, в периоде времени $t(t\in\overline{\vartheta,T})$; $p(0)=0$;

$v=(v_1,v_2,...,v_m)'\in\mathbf{R}^m$ – вектор величины заработной платы для сотрудников каждой роли, тыс. руб.;

$r=(r_1,r_2,...,r_n)'\in\mathbf{R}^n$ – вектор процентных и трансфертных доходов по каждому виду портфеля,% годовых;

$c=(c_1,c_2,...,c_n)'\in\mathbf{R}^n$ – вектор процентных и трансфертных расходов по каждому виду портфеля,% годовых;

q – значение административно-хозяйственных расходов в месяц без учета оплаты труда, тыс. руб.;

$\bar{x}(T)=\phi_{\overline{\vartheta,T}}(T;\bar{x}(\vartheta),\bar{u}(\cdot))\in\bar{\boldsymbol{X}}_1(T)$ – финальное значение фазового вектора траектории $\bar{x}(\cdot)=\phi_{\overline{\vartheta,T}}(\cdot;\bar{x}(\vartheta),\bar{u}(\cdot))$ системы (1) – (6) на промежутке времени.

Оптимальным значением данного функционала является его минимальное значение.

Тогда с позиции менеджера P можно сформулировать его цель во *вспомогательной задаче оптимального программного управления* для динамической системы (1) – (6), (9) следующим образом.

Будем считать, что менеджер P на промежутке времени $\overline{\vartheta,T}\subseteq\overline{0,T}(\vartheta<T)$ для каждой допустимой реализации его ϑ-позиции $w(\vartheta)=\{\vartheta,\bar{x}(\vartheta)\}\in\hat{\boldsymbol{W}}(\vartheta)$ заинтересован в таком исходе процесса управления – за счет влияния на него возможным выбором своих допустимых программных управлений $\bar{u}(\cdot)\in\bar{\boldsymbol{U}}(\overline{\vartheta,T},w(\vartheta))$, при котором функционал $\boldsymbol{\Phi}_{\overline{\vartheta,T}}$, определенный соотношением (10), принимает наименьшее возможное значение.

Цель менеджера P достигается в рамках решения следующей *нелинейной многошаговой задачи оптимального программного управления* для динамической системы (1) – (6), (9).

Задача 1. Для фиксированных промежутка времени $\overline{\vartheta,T}\subseteq\overline{0,T}$ $(\vartheta<T,\ T\in\boldsymbol{N})$и реализации ϑ-позиции $w(\vartheta)=\{\vartheta,\bar{x}(\vartheta)\}\in\hat{\boldsymbol{W}}(\vartheta)$ $(w(0)=w_0)$ менеджера P в динамической системе (1) – (6), (9) требуется найти *множество* $\bar{\boldsymbol{U}}^{(e)}_{\boldsymbol{\Phi}_{\overline{\vartheta,T}}}(\overline{\vartheta,T},w(\vartheta))\subseteq\bar{\boldsymbol{U}}(\overline{\vartheta,T},w(\vartheta))$ *оптимальных программных управлений численностью сотрудников и системой продаж розничного блока банка* $\bar{u}^{(e)}(\cdot)\in\bar{\boldsymbol{U}}(\overline{\vartheta,T},w(\vartheta))$ менеджера P, которое определяется соотношением:

$$\bar{\boldsymbol{U}}^{(e)}_{\boldsymbol{\Phi}_{\overline{\vartheta,T}}}(\overline{\vartheta,T},w(\vartheta))=\{\bar{u}^{(e)}(\cdot):\ \bar{u}^{(e)}(\cdot)\in$$
$$\in\bar{\boldsymbol{U}}(\overline{\vartheta,T},w(\vartheta)),\boldsymbol{\Phi}^{(e)}_{\overline{\vartheta,T}}=\boldsymbol{\Phi}_{\overline{\vartheta,T}}(w(\vartheta),\bar{u}^{(e)}(\cdot))=$$
$$=\min_{\bar{u}(\cdot)\in\bar{U}(\overline{\vartheta,T},w(\vartheta))}\boldsymbol{\Phi}_{\overline{\vartheta,T}}(w(\vartheta),\bar{u}(\cdot))=$$
$$=\min_{\bar{u}(\cdot)\in\bar{U}(\overline{\vartheta,T},w(\vartheta))}\boldsymbol{F}_{\overline{\vartheta,T}}(\phi_{\overline{\vartheta,T}}(T;\bar{x}(\vartheta),\bar{u}(\cdot)))=$$
$$=\boldsymbol{F}_{\overline{\vartheta,T}}(x^{(e)}_{\overline{\vartheta,T}}(T))=\boldsymbol{F}^{(e)}_{\overline{\vartheta,T}}=c^{(e)}_{\boldsymbol{\Phi}_{\overline{\vartheta,T}}}(\overline{\vartheta,T},w(\vartheta))\} \quad (10)$$

как выполнение конечной последовательности только одношаговых операций.

Здесь функционал $\boldsymbol{\Phi}_{\overline{\vartheta,T}}$ определен соотношением (9).

Число $\boldsymbol{\Phi}^{(e)}_{\overline{\vartheta,T}}=c^{(e)}_{\boldsymbol{\Phi}_{\overline{\vartheta,T}}}(\overline{\vartheta,T},w(\vartheta))=\boldsymbol{F}^{(e)}_{\overline{\vartheta,T}}$ назовем как *оптимальное значение результата процесса программного управления* менеджера P на промежутке времени $\overline{\vartheta,T}$ для дискретной динамической системы (1) – (6), (9) относительно его ϑ-позиции $w(\vartheta)$и функционала $\boldsymbol{\Phi}_{\overline{\vartheta,T}}$.

Отметим, что решение задачи 1, определяемое соотношением (10), существует [25]. В работе [23] приведена *общая схема* его нахождения.

Предположим, что на заданном целочисленном промежутке времени $\overline{0,T}$ $(T\in\mathbf{N})$ менеджер P для каждой допустимой в дискретной динамической системе (1) – (6), (9) реализации ϑ-позиции $w(\vartheta)=\{\vartheta,\bar{x}(\vartheta)\}\in\hat{\boldsymbol{W}}(\vartheta)(w(0)=w_0)$

распоряжается выбором управления $\bar{u}(\vartheta)=\bar{u}(\tau_\vartheta)\in\bar{\boldsymbol{U}}_1(\vartheta,y(\tau_\vartheta),y(\tau_\vartheta-1))$, $\vartheta\in\overline{0,T-1}$ и находится в условиях информированности, описанных выше (здесь $\bar{x}(\vartheta)=(y(\vartheta),x(\vartheta))=$ $=(y(\tau_\vartheta),x(\vartheta))$). Следовательно, можно сформулировать с позиции менеджера P его цель в задаче оптимального адаптивного управления рассматриваемого процесса следующим образом.

Будем считать, что менеджеру P на промежутке времени $\overline{0,T}$ требуется так организовать выбор своего управления $\bar{u}(\cdot)=\{\bar{u}(\tau_\vartheta)\}_{\vartheta\in\overline{0,T-1}}$ (для всех $\vartheta\in\overline{0,T-1}$: $\bar{u}(\tau_\vartheta)\in\bar{\boldsymbol{U}}_1(\vartheta,y(\tau_\vartheta),y(\tau_\vartheta-1))$) системой (1) – (6), (9) в адаптивном режиме на основании знания в каждый момент времени $\vartheta\in\overline{0,T-1}$ своей ϑ-позиции $w(\vartheta)=\{t,\bar{x}(\vartheta)\}\in\hat{\boldsymbol{W}}(\vartheta)$, чтобы при завершении процесса управления функционал $\boldsymbol{\Phi}_{\overline{0,T}}$, определенный соотношением (9) при, принимал наименьшее возможное значение (здесь $\bar{x}(\vartheta)=(y(\vartheta),x(\vartheta))=(y(\tau_\vartheta),x(\vartheta))$).

На основании вышеизложенного и аналогично [23–25] можно формализовать достижение этой цели менеджера P следующим образом.

Допустимой стратегией адаптивного управления $\bar{\boldsymbol{U}}_a$ менеджера P для дискретной динамической системы (1) – (6), (9) на промежутке времени $\overline{0,T}$ будем называть отображение $\bar{\boldsymbol{U}}_a$: $\hat{\boldsymbol{W}}(\vartheta)\to\bar{\boldsymbol{U}}_1(\vartheta,y(\tau_\vartheta),y(\tau_\vartheta-1))$, которое каждому периоду времени $\vartheta\in\overline{0,T-1}$ и возможной реализации ϑ-позиции $w(\vartheta)=\{\vartheta,\bar{x}(\vartheta)\}\in\hat{\boldsymbol{W}}(\vartheta)$ ($w(0)=w_0$) назначает множество $\bar{\boldsymbol{U}}_a(w(\vartheta))\subseteq\bar{\boldsymbol{U}}_1(\vartheta,y(\tau_\vartheta),y(\tau_\vartheta-1))$ управлений $\bar{u}(\tau_\vartheta)\in\bar{\boldsymbol{U}}_1(\vartheta,y(\tau_\vartheta),y(\tau_\vartheta-1))$ менеджера P (здесь $w(\vartheta)=\{\vartheta,\bar{x}(\vartheta)\}$, $\bar{x}(\vartheta)=(y(\vartheta),x(\vartheta))=(y(\tau_\vartheta),x(\vartheta))$). Обозначим множество всех допустимых стратегий адаптивного управления менеджера P для рассматриваемого процесса через $\bar{\boldsymbol{U}}_a^*$.

Далее, *пучком фазовых траекторий (движений) системы (1) – (6)* на промежутке времени $\overline{0,T}$, соответствующим уравнению динамики объекта управления (1), начальной позиции $w_0=\{0,\bar{x}_0\}\in\hat{\boldsymbol{W}}_0$ менеджера P и его допустимой стратегии $\bar{\boldsymbol{U}}_a=\bar{\boldsymbol{U}}_a(w^*(\vartheta))\in\bar{\boldsymbol{U}}_a^*$, $t\in\overline{0,T-1},w^*(\vartheta)=\{\vartheta,\bar{x}^*(\vartheta)\}\in\hat{\boldsymbol{W}}(\vartheta)$, будем называть множество

$$\begin{aligned}&\bar{\boldsymbol{X}}(\cdot;\overline{0,T},w_0,\bar{\boldsymbol{U}}_a)=\{\bar{x}^*(\cdot):\ \bar{x}^*(\cdot)\in\mathbf{R}^{\bar{n}\times(T+1)},\\&\exists\,\bar{u}^*(\cdot)\in\bar{\boldsymbol{U}}(\overline{0,T},w^*(\vartheta)),\ \forall\ \vartheta\in\overline{0,T},\\&\bar{x}^*(\vartheta)=\phi_{\overline{0,T}}(\vartheta;\bar{x}_0,\bar{u}^*(\cdot)),w^*(\vartheta)=\\&=\{\vartheta,\bar{x}^*(\vartheta)\}\in\boldsymbol{W}(0,w_0,\vartheta,\bar{u}^*_\vartheta(\cdot))\subseteq\hat{\boldsymbol{W}}(\vartheta),\\&w^*(0)=w_0,\bar{u}^*_\vartheta(\cdot)=\{\bar{u}(\tau_t)\}_{t\in\overline{0,\vartheta-1}},\\&\forall\ t\in\overline{0,T-1},\bar{u}^*(\tau_t)\in\bar{\boldsymbol{U}}_a(w^*(t))\}.\end{aligned}\qquad(11)$$

На основании этого можно сформулировать следующую нелинейную многошаговую задачу оптимального адаптивного управления численностью и системой продаж розничного блока банка в рамках дискретной динамической системы (1) – (6), (9).

Задача 2. Для заданных промежутка времени $\overline{0,T}$ ($T\in\mathbf{N}$) и начальной позиции $w_0=\{0,\bar{x}_0\}\in\hat{\boldsymbol{W}}_0$ менеджера P в дискретной динамической системе (1) – (6), (9) требуется найти допустимую *стратегию оптимального адаптивного управления* численностью сотрудников и системой продаж розничного блока банка $\bar{\boldsymbol{U}}_a^{(e)}=\bar{\boldsymbol{U}}_a^{(e)}(w(\vartheta))\in\bar{\boldsymbol{U}}_a^*$, $w(\vartheta)=\{\vartheta,\bar{x}(\vartheta)\}\in\hat{\boldsymbol{W}}(\vartheta),\vartheta\in\overline{0,T-1}$, менеджера P, которая определяется следующим образом:

1) $\forall\,w(\vartheta)=\{\vartheta,\bar{x}(\vartheta)\}\in\hat{\boldsymbol{W}}(\vartheta)$, $\vartheta\in\overline{0,T-1}$, полагается

$$\bar{\boldsymbol{U}}_a^{(e)}=\bar{\boldsymbol{U}}_a^{(e)}(w(\vartheta)),\qquad(12)$$

где множество $\bar{\boldsymbol{U}}_a^{(e)}(w(\vartheta))$ определяется согласно (10) соотношением

$$\bar{\boldsymbol{U}}^{(e)}(w(\vartheta))=\{\bar{u}^{(e)}(\vartheta):\ \bar{u}^{(e)}(\vartheta)=(u^{(e)}(\tau_\vartheta),$$
$$A(\tau_\vartheta))\in\bar{\boldsymbol{U}}_1(\vartheta,y(\tau_\vartheta),y(\tau_\vartheta-1)),U\bar{u}^{(e)}(\vartheta)=$$

$$= \bar{u}_*^{(e)}(\vartheta),\ \bar{u}_*^{(e)}(\cdot) \in \bar{\boldsymbol{U}}^{(e)}_{\boldsymbol{\Phi}_{\overline{\vartheta,T}}}(\overline{\vartheta,T}, w(\vartheta))\} \quad (13)$$

2) $\forall\, w_*(\vartheta) = \{\vartheta, \bar{x}_*(\vartheta)\} \notin \hat{\boldsymbol{W}}(\vartheta)$,

$\vartheta \in \overline{0, T-1}$, согласно (2) полагается

$$\bar{\boldsymbol{U}}_a^{(e)} = \bar{\boldsymbol{U}}_a^{(e)}(w(\vartheta)) = \bar{\boldsymbol{U}}_1(\vartheta, y(\tau_\vartheta), y(\tau_\vartheta - 1)) \quad (14)$$

как реализацию конечной последовательности только одношаговых операций (здесь $w(\vartheta) = \{\vartheta, \bar{x}(\vartheta)\}$, $\bar{x}(\vartheta) = (y(\tau_\vartheta), x(\vartheta)))$.

Пусть фазовая траектория системы (1) – (6) $\bar{x}_a^{(e)}(\cdot) = \{\bar{x}_a^{(e)}(t)\}_{t \in \overline{0,T}} \in \bar{\boldsymbol{X}}(\cdot; \overline{0,T}, w_0, \bar{\boldsymbol{U}}_a^{(e)})$, т. е. порождена реализацией стратегии $\bar{\boldsymbol{U}}_a^{(e)} \in \bar{\boldsymbol{U}}_a^*$, и $(T-1)$–позиция менеджера P такова, что $w_a^{(e)}(T-1) = \{T-1, \bar{x}_a^{(e)}(T-1)\}$. Тогда число $\boldsymbol{\Phi}^{(e,a)}_{\overline{0,T}} = c^{(e,a)}_{\boldsymbol{\Phi}_{\overline{0,T}}}(\overline{0,T}, w_0) = \boldsymbol{F}^{(e,a)}_{\overline{0,T}}$, которое определяется на основании (9) и следующего соотношения:

$$\boldsymbol{\Phi}^{(e,a)}_{\overline{0,T}} = c^{(e,a)}_{\boldsymbol{\Phi}_{\overline{0,T}}}(\overline{0,T}, w_0) = \boldsymbol{F}^{(e,a)}_{\overline{0,T}} = \\ = c^{(e)}_{\boldsymbol{\Phi}_{\overline{T-1,T}}}(\overline{T-1,T}, w_a^{(e)}(T-1)) = \boldsymbol{F}^{(e)}_{\overline{T-1,T}} = \\ = \min_{\bar{u}(\cdot) \in \bar{U}(\overline{T-1,T}, w_a^{(e)}(T-1))} \boldsymbol{F}_{\overline{T-1,T}}(\phi_{\overline{T-1,T}}(T; \bar{x}(T-1), \bar{u}(\cdot))) \quad (15)$$

будем называть *оптимальным значением результата процесса адаптивного управления* менеджера P на промежутке времени $\overline{0,T}$ для дискретной динамической системы (1) – (6), (9) относительно его начальной позиции w_0 и функционала $\boldsymbol{\Phi}_{\overline{0,T}}$.

При этом соотношение, аналогичное (15), определяет оптимальное значение результата процесса адаптивного управления менеджера P и на любом промежутке времени $\overline{\vartheta,T} \subset \overline{0,T}$.

Далее, пусть $\bar{u}^{(e)}(\cdot) \in \bar{\boldsymbol{U}}^{(e)}_{\boldsymbol{\Phi}_{\overline{0,T}}}(\overline{0,T}, w_0)$, т. е. является оптимальным программным управлением менеджера P, на целочисленном промежутке времени $\overline{0,T}$. Тогда для стратегии оптимального адаптивного управления $\bar{\boldsymbol{U}}_a^{(e)} = \bar{\boldsymbol{U}}_a^{(e)}(w(t)) \in \bar{\boldsymbol{U}}_a^*$, $w(t) = \{t, \bar{x}(t)\} \in \hat{\boldsymbol{W}}(t)$, $t \in \overline{0, T-1}$, $(w(0) = w_0)$ менеджера P, которая удовлетворяет соотношениям (12) – (14) и любой допустимой реализации $(T-1)$-позиции $w(T-1) = \{t, \bar{x}(T-1)\} \in \hat{\boldsymbol{W}}(T-1)$ такой, что для нее выполняется условие: $\left(\bar{x}(T-1) \in \boldsymbol{X}(T-1; \overline{0,T}, w_0, \bar{\boldsymbol{U}}_a^{(e)})\right) \wedge \wedge \left(\bar{x}(T-1) \neq \bar{x}^{(e)}(T-1) = = \phi_{\overline{0,T-1}}(T-1; \bar{x}_0, \bar{u}^{(e)}_{T-1}(\cdot))\right)$, на основании (9) – (10), (14) – (16) следует справедливость следующих соотношений:

$$\boldsymbol{\Phi}_{\overline{T-1,T}}(w(T-1), \bar{u}^{(e)}(T-1)) = \boldsymbol{F}_{\overline{T-1,T}}(\phi_{\overline{T-1,T}} \\ (T; \bar{x}(T-1),\ \bar{u}^{(e)}(T-1))) = \boldsymbol{F}_{\overline{T-1,T}}(\bar{x}(T)) \geq \\ \geq c^{(e)}_{\boldsymbol{\Phi}_{\overline{T-1,T}}}(\overline{T-1,T}, w(T-1)) = \boldsymbol{\Phi}^{(e)}_{\overline{T-1,T}} = \boldsymbol{\Phi}^{(e,a)}_{\overline{0,T}} = \\ = c^{(e,a)}_{\boldsymbol{\Phi}_{\overline{T-1,T}}}(\overline{T-1,T}, w(T-1)) = \boldsymbol{F}^{(e,a)}_{\overline{0,T}} \quad (16)$$

где $\bar{u}^{(e)}_{T-1}(\cdot) = \{\bar{u}^{(e)}(t)\}_{t \in \overline{0,T-1}}$; $\bar{x}(T) = \phi_{\overline{T-1,T}}(T; \bar{x}(T-1),\ \bar{u}^{(e)}(T-1))$.

Из соотношений (16) следует, что результат решения задачи 2 может только улучшить результат решения задачи 1 в ситуациях, когда по ходу реализации рассматриваемого процесса управления, реальная реализация фазового вектора системы (1) отлична от фазового вектора, который соответствует выбранному оптимальному программному управлению, т. е. адаптивное управление рассматриваемым процессом оптимизации управления численностью сотрудников и системой продаж розничного блока банка более эффективно для менеджера Р по сравнению с его программным управлением.

На основе разработанного формализованного описания задачи оптимального адаптивного управления численностью сотрудников и системой продаж розничного блока банка, а также конструктивной общей схемы решения сформулированной соответствующей задачи 2, можно разрабатывать численные алгоритмы и реализовать компьютерное моделирование поиска решения этой задачи.

5. Результаты компьютерного моделирования решения задачи оптимального адаптивного управления

Предлагаемая динамическая экономико-математическая модель (1)–(6), (9) позволяет оптимизировать процесс управления численностью персонала и установить оптимальные нормативы продаж продуктов розничного блока с точки зрения влияния данного мероприятия на динамику портфелей розничных продуктов и прибыли розничного блока. Алгоритм решения поставленной задачи динамического экономико-математического моделирования рассматриваемым процессом стал основой для разработки компьютерной моделирующей системы. Моделирующая система разработана в программной среде Delphi 7 и дает возможность осуществить выбор оптимального решения для рассматриваемой управленческой задачи при различных входящих данных, определяющих ресурсы управления.

Рассмотрим результаты компьютерного моделирования задачи оптимального адаптивного управления численностью сотрудников розничного блока банка и системой их продаж на конкретном практическом примере, являющемся частным случаем общей модели.

Пусть число банковских продуктов $n=8$, количество категорий сотрудников $m=7$, период применения управляющего воздействия $\tau=6$ (мес.) и целочисленный промежуток реализации процесса управления $\overline{1,18}$.

Заданы начальные значения следующих параметров:

$x(0)=140000000,155000000,35000000,$ $42000000,300000000,70000000,$ $140000000,80000000)'$;

$y(0)=(1636,215,250,155,42,35,1830)'$;

$H=(10.75,5.0,13.0,6.2,5.0,7.0,8.0,3.0)'$;

$S=(150,1827,720,38,280,68,340,50)'$;

$u(0)=(0,0,0,0,0,0,0)'$;

$v=(60,70,40,56,52,58,40)'$;

$r=(13.0,10.4.12.0,15.2,10.0,6.0,9.2,9.6)'$;

$c=(10.0,10.0,10.0,10.0,8.0,0.1,9.0,0.1)'$;

$q=900000$.

Для каждого $t\in\overline{1,18}$ множество $\boldsymbol{U}_1(\tau_t)$ в ограничении (2) состоит из трех векторов управления $u(t)$ и множество $\boldsymbol{A}_1(\tau_t)$ из трех матриц нормативов продаж, вид каждой из них представлен на рис. 1–3.

$$\begin{pmatrix} 6 & 8 & 6 & 23 & 23 & 4 & 28 & 0 \\ 0 & 22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 12 & 0 & 23 & 23 & 4 & 0 & 0 \\ 6 & 12 & 0 & 23 & 23 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 315 \\ 0 & 19 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 23 & 23 & 27 & 28 & 0 \end{pmatrix}$$

Рис. 1. Матрица $A^{(1)}(\tau_t)$

Fig. 1. Array $A^{(1)}(\tau_t)$

$$\begin{pmatrix} 19 & 3 & 6 & 23 & 23 & 4 & 28 & 0 \\ 0 & 22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 30 & 3 & 0 & 23 & 23 & 4 & 0 & 0 \\ 30 & 3 & 0 & 23 & 23 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 315 \\ 0 & 3 & 47 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 23 & 23 & 27 & 28 & 0 \end{pmatrix}$$

Рис. 2. Матрица $A^{(2)}(\tau_t)$

Fig. 2. Array $A^{(2)}(\tau_t)$

$$\begin{pmatrix} 6 & 3 & 6 & 23 & 23 & 12 & 28 & 0 \\ 0 & 22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 3 & 0 & 23 & 23 & 21 & 0 & 0 \\ 6 & 3 & 0 & 23 & 23 & 21 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 315 \\ 0 & 3 & 47 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 23 & 23 & 27 & 28 & 0 \end{pmatrix}$$

Рис. 3. Матрица $A^{(3)}(\tau_t)$

Fig. 3. Array $A^{(3)}(\tau_t)$

Пример 1. Результаты компьютерного моделирования решения задачи оптимального адаптивного управления численностью сотрудников розничного блока банка и системой их продаж на промежутке времени $\overline{1,18}$ представлены в табл. 1–2 и на рис. 4.

Для данных реализаций управлений значение векторного функционала (10) является минимальным и равно $\Phi^{(e)}_{0,18} = 0.5231$.

Пример 2. Пусть в период времени $\vartheta = 1$ вектор $x(\vartheta)$ имеет вид: $x(1) = (500000000,350000000,130000000,110000000,360000000,20000000,200000000,50000000)'$.При этом в силу экономических условий вектор процентных доходов также из-

Таблица 1. **Реализация оптимального адаптивного управления вводом численности сотрудников**

Table 1. **Optimal implementation of adaptive control of the number of employees**

$u^{(e)}(\tau_t)$ \ τ_t	0	1	2
$u_1^{(e)}(\tau_t)$	0	163	-179
$u_2^{(e)}(\tau_t)$	0	-21	-19
$u_3^{(e)}(\tau_t)$	0	25	27
$u_4^{(e)}(\tau_t)$	0	15	-17
$u_5^{(e)}(\tau_t)$	0	4	4
$u_6^{(e)}(\tau_t)$	0	3	3
$u_7^{(e)}(\tau_t)$	0	187	-201

Таблица 2. **Реализация оптимального адаптивного реализация управления нормативами продаж сотрудников**

Table 2. **Optimal implementation of adaptive control of employee sales standards**

τ_t	0	1	2
$A^{(e)}(\tau_t)$	$A^{(1)}(\tau_t)$	$A^{(2)}(\tau_t)$	$A^{(2)}(\tau_t)$

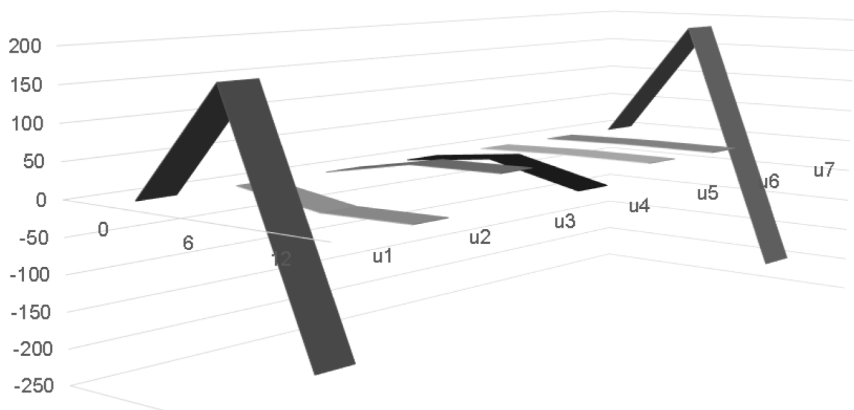

Рис. 4. Реализация управляющего воздействия численностью сотрудников

Fig. 4. Implementation of the control action by the number of employees

менился и имеет вид: $r=(13.0,8.0,4.0,15.2,10.0,6.0,9.2,9.6)'$

Тогда на промежутке времени $\overline{6,18}$ оптимальными будут следующие управляющие воздействия.

Для данных реализаций управлений значение векторного функционала (10) равно $\Phi^{(e)}_{\overline{0,18}}=0.5711$, при этом значение данного функционала без адаптации (при реализации сформированного программного управления) составляет $\Phi_{\overline{0,18}}=0.5845$.

Пример 3. Рассмотрим пример, когда аналогичное значение фазового вектора наблюдается в период времени $\vartheta=2$, т. е. вектор $x(\vartheta)$ имеет вид: $x(2)=(500000000, 350000000, 130000000, 110000000, 360000000, 20000000, 200000000, 50000000)'$. При этом в силу экономических условий

Таблица 3. **Реализация оптимального адаптивного управления вводом численности сотрудников**

Table 3. **Optimal implementation of adaptive control of the number of employees**

$u^{(e)}(\tau_t)$ \ τ_t	1	2
$u_1^{(e)}(\tau_t)$	-163	-147
$u_2^{(e)}(\tau_t)$	-21	-19
$u_3^{(e)}(\tau_t)$	25	-27
$u_4^{(e)}(\tau_t)$	-15	-14
$u_5^{(e)}(\tau_t)$	4	4
$u_6^{(e)}(\tau_t)$	-3	-3
$u_7^{(e)}(\tau_t)$	183	-201

Таблица 4. **Реализация оптимального адаптивного управления нормативами продаж сотрудников**

Table 4. **Optimal implementation of adaptive control of employee sales standards**

τ_t	1	2
$A^{(e)}(\tau_t)$	$A^{(2)}(\tau_t)$	$A^{(2)}(\tau_t)$

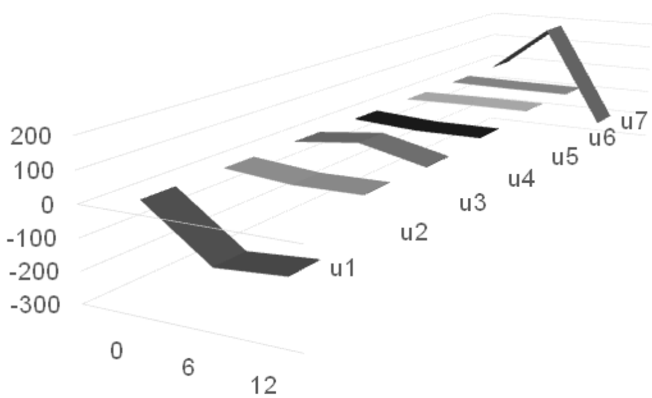

Рис. 5. Реализация управляющего воздействия численностью сотрудников

Fig. 5. Implementation of the control action by the number of employees

вектор процентных доходов также изменился и имеет вид: $r=(13.0,8.0,4.0,15.2,10.0,6.0,9.2,9.6)'$.

Тогда на промежутке времени $\overline{12,18}$ оптимальными будут следующие управляющие воздействия:

Для данных реализаций управлений значение векторного функционала (10) равно $\boldsymbol{\Phi}^{(e,a)}_{\overline{12,18}}=1.1122$, при этом значение данного функционала без адаптации (при реализации сформированного программного управления) составляет $\boldsymbol{\Phi}_{\overline{12,18}}=1.1333$.

Пример 4. Рассмотрим модификацию примера 2 – после реализации оптимального адаптивного управления согласно данным табл. 3, в период времени $\vartheta=2$ измеряется состояние вектора $x(\vartheta)$: $x(2)=(100000000,20000000,20000000,92458325,397735842,150626050,284568330, 45682326)'$.

Таблица 5. **Реализация оптимального адаптивного управления вводом численности сотрудников**

Table 5. **Optimal implementation of adaptive control of the number of employees**

$u^{(e)}(\tau_t)$ \ τ_t	2
$u_1^{(e)}(\tau_t)$	-179
$u_2^{(e)}(\tau_t)$	-19
$u_3^{(e)}(\tau_t)$	-27
$u_4^{(e)}(\tau_t)$	-17
$u_5^{(e)}(\tau_t)$	4
$u_6^{(e)}(\tau_t)$	-3
$u_7^{(e)}(\tau_t)$	201

Таблица 6. **Реализация оптимального адаптивного управления нормативами продаж сотрудников**

Table 6. **Optimal implementation of adaptive control of employee sales standards**

τ_t	2
$A^{(e)}(\tau_t)$	$A^{(2)}(\tau_t)$

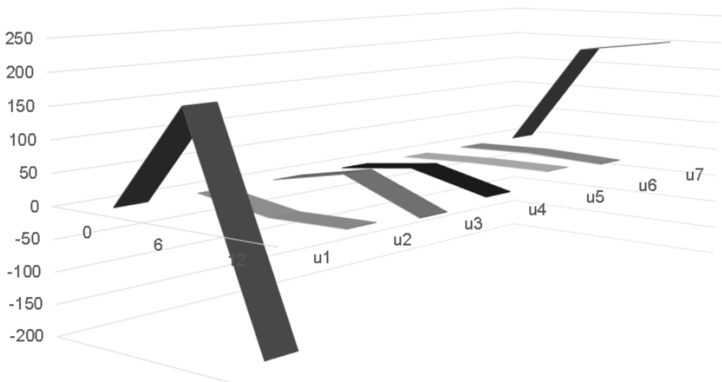

Рис. 6. Реализация управляющего воздействия численностью сотрудников

Fig. 6. Implementation of the control action by the number of employees

Тогда на промежутке времени $\overline{12,18}$ оптимальными будут следующие управляющие воздействия.

Для данных реализаций управлений значение векторного функционала (10) равно $\Phi^{(e,a)}_{\overline{12,18}} = 0.9079$, при этом значение данного функционала без адаптации (при реализации сформированного программного управления) составляет $\Phi_{\overline{12,18}} = 0.9156$.

Для рассматриваемой динамической системы (1) – (6), (9) оптимальной является траектория, отвечающая оптимальному адаптивному управлению, для которой значение заявленного критерия качества реализации рассматриваемого процесса в финальный момент времени является минимальным по сравнению с аналогичными значениями для других допустимых про-

Таблица 7. **Реализация оптимального адаптивного управления вводом численности сотрудников**

Table 7. **Optimal implementation of adaptive control of the number of employees**

$u^{(e)}(\tau_t)$ \ τ_t	2
$u_1^{(e)}(\tau_t)$	-147
$u_2^{(e)}(\tau_t)$	-19
$u_3^{(e)}(\tau_t)$	27
$u_4^{(e)}(\tau_t)$	-14
$u_5^{(e)}(\tau_t)$	4
$u_6^{(e)}(\tau_t)$	-3
$u_7^{(e)}(\tau_t)$	201

Таблица 8. **Реализация оптимального адаптивного управления нормативами продаж сотрудников**

Table 8. **Optimal implementation of adaptive control of employee sales standards**

τ_t	2
$A^{(e)}(\tau_t)$	$A^{(2)}(\tau_t)$

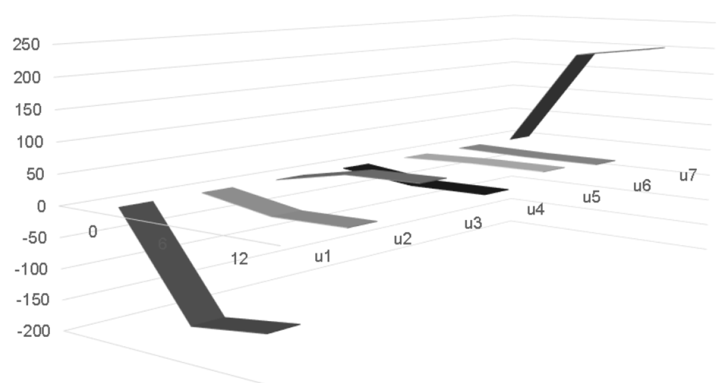

Рис. 7. Реализация управляющего воздействия численностью сотрудников

Fig. 7. Implementation of the control action by the number of employees

граммных управлений и соответствующих им траекторий.

6. Заключение

В представленной работе рассмотрены основные этапы создания новой динамической экономико-математической модели и методики оптимального адаптивного управления численностью сотрудников и системой продаж розничного блока. На основании компьютерного моделирования с помощью разработанной компьютерной программной системы получены результаты оптимальных решений для различных вариантов практических примеров. Произведен анализ результатов и их графическая иллюстрация.

На основании проведенного анализа можно сделать вывод о том, что применение оптимального адаптивного управления численностью сотрудников и системой продаж розничного блока банка в рамках рассматриваемой экономико-математической модели дает более эффективный результат с точки зрения выбранного критерия качества – Cost Income Ratio розничного блока банка – по сравнению с применением программного управления данным процессом. Гипотеза исследования доказана.

Полученные в статье результаты могут быть использованы для решения актуальных задач экономико-математического моделирования сложных динамических процессов практической экономики и разработки инструментальных компьютерных программных систем поддержки принятия решений в коммерческих банках и других сферах.

Список использованных источников

1. *Родин Д.Я., Глухих Л.В.* Развитие банковских инноваций, основанных на оптимизации бизнес-процессов коммерческого банка // Дайджест-финансы. 2013. № 9 (225). С. 46–54.

2. *Смолякова Н.В.* Оптимизация банковских бизнес-процессов и оценка их эффективности // Экономика: теория и практика. 2019. № 1 (53). С. 36–40.

3. *Лаптырев Д.А.* Система управления финансовыми ресурсами банка: Процессы – задачи – модели – методы. М.: БДЦ-пресс, 2005. 295 с.

4. *Рапопорт Б.М.* Оптимизация управленческих решений. М.: ТЕИС, 2001. 264 с.

5. *Al-Fedaghi S.S., BehBehani M.* Thinking machine applied to information leakage // International Journal of Advanced Computer Science and Applications. 2018. Vol. 9, Issue 9. Pp. 101–110. DOI: 10.14569/IJACSA.2018.090914.

6. *Al-Fedaghi S.S., BehBehani M.* Modeling banking processes // 2018 International Conference on Information and Computer Technologies. ICICT 2018. IEEE, 2018. Pp. 40–46. DOI: 10.1109/INFOCT.2018.8356838.

7. *Calabrese R., Elkink J.A., Giudici P.S.* Measuring bank contagion in Europe using binary spatial regression models // Journal of the Operational Society. 2017. Vol. 68, Issue 12. Pp. 1503–1511. DOI: 10.1057/s41274-017-0189-4.

8. *Mikhaylov A.M., Petrov N.A.* Features of Digital Transformation of Modern Banking Transactions // Lecture Notes in Networks and Systems. 2020. Vol. 133. Pp. 673–681. DOI: 10.1007/978-3-030-47458-4_77.

9. *Serengil S.I., Ozpinar A.* Workforce Optimization for Bank Operation Centers: A Machine Learning Approach // International Journal of Interactive Multimedia and Artificial Intelligence. 2017. Vol. 4, No. 6. Pp. 81–87. DOI: 10.9781/ijimai.2017.07.002.

10. *Борисевич А.В.* Бизнес-моделирование как инструмент управления организацией // Проблемы управления. 2019. № 9 (71). С. 21–24.

11. *Исаев Р.А.* Методика описания (структуризации) бизнес-процессов коммерческого банка и ее практическое применение // Управление в кредитной организации. 2008.

№ 4 [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.reglament.net/bank/mng/2008_4_article.htm.

12. *Муравьёва А. А., Пожидаев Р. Г.* Совершенствование бизнес-процессов: задачи будущих исследований // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Экономика и управление. 2013. № 2. С. 145–152.

13. *Альбрехт Э. Г.* О динамических моделях макроэкономики // Информационные технологии в экономике: теория, модели и методы: сб. науч. тр. Екатеринбург: УрГЭУ, 2005. 254 с.

14. *Попова Т. М.* Математическая модель ликвидности банка // Альманах современной науки и образования. 2016. № 4 (106). С. 97–100.

15. *Подлужный С. С., Кругликов С. В.* Экономико-математическая модель построения оптимального кредитного портфеля коммерческого банка // Экономика и предпринимательство. 2016. № 2–2 (67–2). С. 371–374.

16. *Семенчин Е. А., Шаталова А. Ю.* Математическая модель максимизации прибыли, получаемой банком за счет реализации инвестиционных проектов // Фундаментальные исследования. 2012. № 6–1. С. 258–262.

17. *Селютин В. В., Месропян К. Э.* Математическая модель банка как инструмент анализа ликвидности и стресс-тестирования // Государство и бизнес. Современные проблемы экономики: материалы VIII Международной науч.-практ. конф. Санкт-Петербург: РАНХиГС при Президенте РФ, 2016. Т. 1. С. 153–159.

18. *Aksyonov K., Bykov E., Aksyonova O., Goncharova N., Nevolina A.* Analysis of Simulation Modeling Systems Illustrated with the Problem of Model Design for the Subject of Technological Logistics (WIP) // Society for Modeling & Simulation International (SCS). 2015 Summer Simulation Multi-Conference (SummerSim'15). Simulation Series. 2015. Vol. 47, Issue 10. Pp. 345–348.

19. *Aksyonov K., Antonova A., Goncharova N.* Choice of the Scheduling Technique Taking into Account the Subcontracting Optimization // Advances in Signal Processing and Intelligent Recognition Systems. SIRS2017. Advances in Intelligent Systems and Computing / Edited by S. M. Thampi, S. Krishnan, J. M. Corchado Rodriguez, S. Das, M. Wozniak, D. Al-Jumeily. Vol. 678. Springer, Cham., 2018. Pp. 297–304. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-67934-1_26.

20. *Фурса А. А.* Методы оценки достаточности численности персонала по обслуживанию клиентов физических лиц в подразделениях коммерческого банка // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Сер. «Экономические науки». 2011. № 2. С. 160–163.

21. *Babenko V. O.* Modelling of factors affecting innovational agricultural activity of enterprises AIC in Ukraine // Scientific Bulletin Polissia. 2017. No. 1 (9). Pp. 115–121. DOI: 10.25140/2410-9576-2017-2-2(10).

22. *Виноградова Е. Ю.* Модель управления развитием хозяйствующего субъекта для решения задач многоцелевой оптимизации планирования и управления // Сибирская финансовая школа. 2012. № 2. С. 94–100.

23. *Filippova A. S.* Economic-mathematical modeling of a multi-criteria optimization management problem of a retail unit of a commercial bank // Вестник Пермского университета. Серия «Экономика». 2019. Т. 14. № 1. С. 93–109. DOI: 10.17072/1994-9960-2019-1-93-109.

24. *Шориков А. Ф., Филиппова А. С.* Применение динамического экономико-математического моделирования для решения задачи оптимизации процесса управления численным составом кадровых ресурсов банковской организации // Вестник УрФУ. Серия экономика и управление. 2017. Т. 16, № 5. С. 779–802. DOI: 10.15826/vestnik.2017.16.5.038.

25. *Шориков А. Ф.* Минимаксное оценивание и управление в дискретных динамических системах. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 1997. 242 с.

26. *Шориков А. Ф.* Методология моделирования многоуровневых систем: иерархия и динамика // Прикладная информатика. 2006. № 1. С. 136–141.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Шориков Андрей Федорович
Доктор физико-математических наук, профессор кафедры прикладной математики УралЭНИН Уральского федерального университета имени первого Президента России Б. Н. Ельцина, г. Екатеринбург, Россия (620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 19); ORCID 0000-0003-1255-0862; e-mail: afshorikov@mail.ru.

Филиппова Анна Сергеевна
Руководитель проектов ПАО «Сбербанк России», г. Москва, Россия (119361, г. Москва, Кутузовский проспект, 32, корп. 1); ORCID 0000-0003-3223-7849; e-mail: filippova-as@yandex.ru.

Тюлюкин Владимир Александрович
Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры бизнес-информатики Уральского государственного экономического университета, г. Екатеринбург, Россия (620144, г. Екатеринбург, ул. 8 Марта/Народной Воли, 62/45); ORCID 0000-0001-5163-4298; e-mail: tul@mail.ru.

БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта РФФИ, проект № 18-01-00544 «Задачи достижимости, управления, оценивания в динамических системах с импульсным управлением и неопределенностью».

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ

Шориков А. Ф., Филиппова А. С., Тюлюкин В. А. Оптимальное адаптивное управление численностью сотрудников и системой продаж банка // Journal of Applied Economic Research. 2020. Т. 19, № 3. С. 348–369. DOI: 10.15826/vestnik.2020.19.3.017.

ИНФОРМАЦИЯ О СТАТЬЕ

Дата поступления 10 июня 2020 г.; дата поступления после рецензирования 16 июля 2020 г.; дата принятия к печати 20 августа 2020 г.

Optimal Adaptive Control of Employees Number and Sales System of the Bank

A. F. Shorikov[1] ✉, *A. S. Filippova*[2], *V. A. Tyulyukin*[3]

[1] *Ural Federal University named after the First President of Russia B. N. Yeltsin, Ekaterinburg, Russia*

[2] *Sberbank of Russia PJSC, Moscow, Russia*

[3] *Urals State University of Economics, Ekaterinburg, Russia*

✉ *afshorikov@mail.ru*

Abstract. Significant changes taking place in both the global and Russian banking systems require an immediate response from market participants to emerging challenges. Reducing decision-making time forces any commercial Bank to digitalize and automate all key front-and back-office processes. Currently, most management decisions in banking are made either by experts or on the basis of one-time calculations of the economic efficiency of individual projects, which does not allow rapid and high-quality scenario analysis of the development of the situation in various market conditions. The purpose of the research is to develop a new dynamic controlled economic and mathematical model, a new method for optimal adaptive management of the process in question and to implement its instrumental computer software system. The hypothesis of this study is that the use of a new dynamic controlled economic and mathematical model, as well as the new above-mentioned methodology, would increase the efficiency of this process in terms of the selected quality criterion in comparison with the results of program control. The novelty of this article is the development of a new deterministic dynamic economic and mathematical model for making optimal adaptive management decisions by the Bank, the method of its solution developed by the authors, and the creation of an appropriate modeling computer software package. The paper presents the main stages of creating the proposed discrete controlled dynamic economic and mathematical model in the presence of a given quality criterion-Cost Income Ratio of the Bank's Retail unit. Using a real-life example, an algorithm for solving the problem of adaptive control optimization is presented; computer modeling of their formation is implemented for all the results obtained, and the analysis of the obtained variants of optimal solutions is carried out. Based on the proposed dynamic model, it is possible to solve other problems of optimizing software and adaptive management of processes that determine banking activities and develop automated information systems for implementing support for managerial decision-making in this area.

Key words: adaptive management; vector process optimization; dynamic modeling; efficiency improvement; banking processes.

JEL C02, C32, G21

References

1. Rodin, D. Ia., Glukhikh, L.V. (2013). Razvitie bankovskikh innovatsii, osnovannykh na optimizatsii biznes-protsessov kommercheskogo banka [Development of banking innovations based on business process optimization at a commercial bank]. *Daidzhest-finansy (Digest Finance)*, No. 9 (225), 46–54 (In Russ.).

2. Smolyakova, N. V. (2019). Optimizatsiia bankovskikh biznes-protsessov i otsenka ikh effektivnosti [Optimization of banking business processes: Effectiveness assessment]. *Ekonomika: teoriia i praktika [Economics: Theory and Practice]*, No. 1 (53), 36–40 (In Russ.).

3. Laptyrev, D. A. (2005). Sistema upravleniia finansovymi resursami banka: Protsessy – zadachi – modeli – metody *[A system of financial resource management at a bank: Processes – Tasks – Models- Methods]*. Moscow, BDTs-press (In Russ.).

4. Rapoport, B. M. (2001). *Optimizatsiia upravlencheskikh reshenii [Optimization of managerial decisions]*. Moscow, TEIS (In Russ.).

5. Al-Fedaghi, S. S., BehBehani, M. (2018). Thinking machine applied to information leakage. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, Vol. 9, Issue 9, 101–110. DOI: 10.14569/IJACSA.2018.090914.

6. Al-Fedaghi, S.S., BehBehani, M. (2018). Modeling banking processes. *2018 International Conference on Information and Computer Technologies*. ICICT 2018. IEEE, 2018, 40–46. DOI: 10.1109/INFOCT.2018.8356838.

7. Calabrese, R., Elkink, J. A., Giudici, P. S. (2017). Measuring bank contagion in Europe using binary spatial regression models. *Journal of the Operational Society*, Vol. 68, Issue 12, 1503–1511. DOI: 10.1057/s41274-017-0189-4.

8. Mikhaylov, A. M., Petrov, N. A. (2020). Features of Digital Transformation of Modern Banking Transactions. *Lecture Notes in Networks and Systems*, Vol. 133, 673–681. DOI: 10.1007/978-3-030-47458-4_77.

9. Serengil, S. I., Ozpinar, A. (2017). Workforce Optimization for Bank Operation Centers: A Machine Learning Approach. *International Journal of Interactive Multimedia and Artificial Intelligence*, Vol. 4, No. 6, 81–87. DOI: 10.9781/ijimai.2017.07.002.

10. Borisevich, A. V. (2019). Biznes-modelirovanie kak instrument upravleniia organizatsiei [Business modeling as an instrument of organization management]. *Problemy upravleniia [Problems of Management]*, No. 9 (71), 21–24 (In Russ.).

11. Isaev, R. A. (2008). Metodika opisaniia (strukturizatsii) biznes-protsessov kommercheskogo banka i ee prakticheskoe primenenie [A method of describing (structuring) business processes at a commercial bank and its application]. *Upravlenie v kreditnoi organizatsii [Management at a credit organization]*, No 4. Available at: http://www.reglament.net/bank/mng/2008_4_article.htm (In Russ.).

12. Muravyeva, A. A., Pozhidaev, R. G. (2013). Sovershenstvovanie biznes-protsessov: zadachi budushchikh issledovanii [Improvement of business processes: Tasks for future research]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriia: Ekonomika i upravlenie (Proceedings of Voronezh State University. Series: Economics and Management)*, No. 2, 145–152 (In Russ.).

13. Albrekht, E. G. (2005). O dinamicheskikh modeliakh makroekonomiki metody [Dynamic models of macroeconomics]. *Informatsionnye tekhnologii v ekonomike: teoriia, modeli [Information Technologies in Economics: Theory, Models]*. Ekaterinburg, USUE (In Russ.).

14. Popova, T. M. (2016). Matematicheskaia model likvidnosti banka (Mathematical model of bank liquidity). *Almanakh sovremennoi nauki i obrazovaniia [Almanac of modern science and education]*, No. 4 (106), 97–100 (In Russ.).

15. Podluzhnyi, S. S., Kruglikov, S. V. (2016). Ekonomiko-matematicheskaia model' postroeniia optimalnogo kreditnogo portfelia kommercheskogo banka [Economic and mathematical model of building an optimal credit portfolio of a commercial bank]. *Ekonomika i predprinimatelstvo (Journal of Economy and entrepreneurship)*, No. 2–2 (67–2), 371–374 (In Russ.).

16. Semenchin, E. A., Shatalova, A. Iu. (2012). Matematicheskaia model maksimizatsii pribyli, poluchaemoi bankom za schet realizatsii investitsionnykh proektov (Mathematical model of profit maximization, received by the bank through the implementation of investment projects). *Fundamentalnye issledovaniia (Fundamental Research)*, No. 6–1, 258–262 (In Russ.).

17. Seliutin, V. V., Mesropian, K. E. (2016). Matematicheskaia model banka kak instrument analiza likvidnosti i stress-testirovaniia [Mathematical model of a bank as an instrument for

analyzing liquidity and stress testing]. *Proceedings of 8th international scientific conference Gosudarstvo i biznes. Sovremennye problemy ekonomiki [The State and Business. Modern Problems of Economics]*, St Peterburg, RANEPA, Vol. 1, 153–159 (In Russ.).

18. Aksyonov, K., Bykov, E., Aksyonova, O., Goncharova, N., Nevolina, A. (2015). Analysis of Simulation Modeling Systems Illustrated with the Problem of Model Design for the Subject of Technological Logistics (WIP). *Society for Modeling & Simulation International (SCS). 2015 Summer Simulation Multi-Conference (SummerSim'15). Simulation Series*, Vol. 47, Issue 10, 345–348.

19. Aksyonov, K., Antonova, A., Goncharova, N. (2018). Choice of the Scheduling Technique Taking into Account the Subcontracting Optimization. *Advances in Signal Processing and Intelligent Recognition Systems. SIRS2017. Advances in Intelligent Systems and Computing.* Edited by S. M. Thampi, S. Krishnan, J. M. Corchado Rodriguez, S. Das, M. Wozniak, D. Al-Jumeily. Vol. 678. Springer, Cham., 297–304. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-67934-1_26.

20. Fursa, A. A. (2011). Metody otsenki dostatochnosti chislennosti personala po obsluzhivaniiu klientov fizicheskikh lits v podrazdeleniiakh kommercheskogo banka (Methods of estimation of sufficiency of quantity of staff busy with serving individuals in commercial bank's departments). *Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPbGPU. Ser. «Ekonomicheskie nauki» (SPbPU Journal. Economics)*. No. 2, 160–163 (In Russ.).

21. Babenko, V. O. (2017). Modelling of factors affecting innovational agricultural activity of enterprises AIC in Ukraine. *Scientific Bulletin Polissia*, No. 1 (9), Pp. 115–121. DOI: 10.25140/2410-9576-2017-2-2(10) (In Russ.).

22. Vinogradova, E. Iu. (2012). Model upravleniia razvitiem khoziaistvuiushchego subyekta dlya resheniia zadach mnogotselevoi optimizatsii planirovaniia i upravleniia [A model of controlling the development of an organization for the sake of multi-purpose optimization of planning and management]. *Sibirskaia finansovaia shkola (Siberian Financial School)*, No. 2, 94–100 (In Russ.).

23. Filippova, A. S. (2019). Economic-mathematical modeling of a multi-criteria optimization management problem of a retail unit of a commercial bank. *Vestnik Permskogo universiteta. Seriia «Ekonomika» (Perm University Herald. Economics)*. Vol. 14, No. 1, 93–109. DOI: 10.17072/1994-9960-2019-1-93-109 (In Russ.).

24. Shorikov, A. F., Filippova, A. S. (2017). Primenenie dinamicheskogo ekonomiko-matematicheskogo modelirovaniia dlia resheniia zadachi optimizatsii protsessa upravleniia chislennym sostavom kadrovykh resursov bankovskoi organizatsii (Application of Dynamic Economic-Mathematical Modeling for Solving the Problem of Optimization the Process of Managing the Number of Employees of the Banking Organization). *Vestnik UrFU. Seriia ekonomika i upravlenie (Bulletin of Ural Federal University. Economics and Management)*, Vol. 16, No. 5, 779–802. DOI: 10.15826/vestnik.2017.16.5.038 (In Russ.).

25. Shorikov, A. F. (1997). *Minimaksnoe otsenivanie i upravlenie v diskretnykh dinamicheskikh sistemakh [Minimax estimation and control in discrete dynamical systems].* Ekaterinburg, Ural University, 242 p. (In Russ.)

26. Shorikov, A. F. (2006). Metodologiia modelirovaniia mnogourovnevykh sistem: ierarkhiia i dinamika [A methodology of modeling multilevel systems: Hierarchy and dynamics]. *Prikladnaia informatika (Applied Informatics)*, No. 1, 136–141 (In Russ.).

INFORMATION ABOUT AUTHORS

Shorikov Andrey Fyodorovich

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Department of Applied Mathematics, Ural Federal University named after the first President of Russia B. N. Yeltsin, Ekaterinburg, Russia (620002, Ekaterinburg, Mira street, 19); ORCID 0000-0003-1255-0862; e-mail: afshorikov@mail.ru.

Filippova Anna Sergeevna
Project Manager, Sberbank of Russia, Moscow, Russia (119361, Moscow, Kutuzovsky Prospekt, 32k1); ORCID 0000-0003-3223-7849; e-mail: filippova-as@yandex.ru.

Tyulyukin Vladimir Alexandrovich
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of Business Informatics, Ural State University of Economics, Ekaterinburg, Russia (620144, Ekaterinburg, 8 Marta street/Narodnaya Volya, 62/45); ORCID 0000-0001-5163-4298; e-mail: tul@mail.ru.

ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by the Russian Basic Research Foundation, project No. 18-01-00544 «Problems of attainability, control, estimation in dynamical systems with impulse control and uncertainty».

FOR CITATION

Shorikov A. F., Filippova A. S., Tyulyukin V. A. Optimal Adaptive Control of Employees Number and Sales System of the Bank. Journal of Applied Economic Research, 2020, Vol. 19, No. 3, 348–369. DOI: 10.15826/vestnik.2020.19.3.017.

ARTICLE INFO

Received June 10, 2020; Revised July 16, 2020; Accepted August 20, 2020.