ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

УДК 330.45

А.Ф. Шориков[1]
Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина, г. Екатеринбург, Россия
А.С. Филиппова[2]
Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина, г. Екатеринбург, Россия

ПРИМЕНЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССА УПРАВЛЕНИЯ ЧИСЛЕННОСТЬЮ СОТРУДНИКОВ БАНКОВСКОЙ ОРГАНИЗАЦИИ[3]

Аннотация. В статье рассматриваются актуальные вопросы управления процессом оптимизации численности персонала банковской организации. Для решения задач оптимизации численности сотрудников розничного блока банка предлагается использовать динамическое экономико-математическое моделирование, учитывающее наличие управляющих воздействий, неконтролируемых параметров (рисков, погрешностей моделирования и других факторов) и дефицит информации. Использование данной модели является инструментом повышения экономической эффективности и конкурентоспособности банковского бизнеса. Существующие подходы к решению задач по управлению банковской деятельностью путем разработки экономико-математических моделей в условиях неопределенности базируются обычно на статических моделях и используют аппарат стохастического моделирования, для применения которого требуется знание вероятностных характеристик основных параметров модели. При этом для его использования необходимы очень жесткие условия, которые на практике чаще всего заранее не выполнимы. Новизной данной статьи является разработка новой детерминированной динамической экономико-математической модели для принятия решения о необходимости увеличения/уменьшения штата сотрудников розничного блока коммерческого банка и метод ее решения. В работе представлены основные этапы создания предлагаемой динамической модели. На практическом примере приведен алгоритм решения задачи оптимизации, проиллюстрированы все полученные результаты, проведен их анализ и выбор оптимального варианта решения. Цель исследования достигнута – предлагаемое экономико-математическое моделирования позволяет оптимизировать процесс управления численностью персонала розничного блока банка, что является одним из способов повышения конкурентоспособности кредитной организации. На основании предложенной динамической модели можно решать и другие задачи оптимизации управления процессами, определяющими банковскую деятельность и разрабатывать компьютерные информационные системы поддержки принятия управленческих решений.

Ключевые слова: экономико-математическое моделирование; оптимизация процесса; динамическое моделирование; оптимальное решение; повышение эффективности, банковские процессы.

Актуальность исследования

В настоящее время вопрос об управлении эффективностью банковской деятельности является достаточно злободневным. В условиях нестабильной финансовой ситуации, а также с учетом выполнения необходимых требований надзорных органов руководство любой кредитной организации пытается минимизировать риски и увеличить доходность своего бизнеса. Кроме того, банковский бизнес отличается высокой динамичностью, активно внедряются цифровые технологии и развиваются удаленные каналы продаж. Несмотря на сокращение количества кредитных организаций, в России конкуренция по-прежнему остается достаточно высокой. Банки внедряют новые продукты и услуги, меняются формы обслуживания, растут и требования клиентов. Соответственно, существующие банки вынуждены постоянно совершенствовать свою деятельность, чтобы удержать действующих клиентов и приобрести новых. В результате этих изменений и влияния других факторов банки меняют подходы, стратегии бизнеса, причем они должны принимать подобные решения и действовать очень оперативно, чтобы выжить в конкурентной борьбе с другими банками. Конкуренция в банковской среде заключается в соперничестве коммерческих и небанковских кредитных организаций с целью обеспечения ведущего положения на рынке банковских услуг. Усиление банковской конкуренции и повышение требований клиентов к банковским услугам стимулируют совершенствование методов маркетинга и управления банковской деятельностью [2, 12].

Одним из ключевых направлений на пути к повышению эффективности бизнеса является управление ресурсами, включающее в себя процесс управления персоналом. Ввиду бурного развития цифровых каналов продаж остро встает вопрос о рентабельности и целесообразности существования и открытия новых офисов банка, расширении либо сокращении штата сотрудников, работающих с клиентами.

В большинстве случаев данные мероприятия осуществляются на основании экспертного мнения лиц, принимающих решения в кредитной организации. Иногда данные решения базируются на результатах разовых расчетов экономического эффекта проводимых мероприятий. В этом отношении существенное влияние на результат реализации данных решений играет наличие в банке развитой информационно-аналитической системы поддержки принятия решений, которая позволяет максимально полноценно и в кратчайшие сроки определить все последствия возможных вариантов рассматриваемых решений для выбора оптимального из них.

Система поддержки принятия управленческих финансовых решений представляет собой совокупность взаимосвязанных по целям, параметрам и условиям задач, методов (методик), программных средств и технических систем, позволяющих формировать в автоматизированном режиме набор отчетных форм, содержащих информацию как для принятия управленческих решений, так и варианты таких решений [7].

Наиболее эффективному использованию данных систем способствует применение экономико-математических моделей и методов оптимального управления для формирования наилучших из допустимых вариантов финансовых решений и поддержки принятия эффективных управленческих решений.

Степень изученности проблемы

В настоящее время продолжается развитие подходов к оптимизации банковских процессов с помощью разработки экономико-математических моделей. Так, на-

[1] *Шориков Андрей Федорович* – доктор физико-математических наук, профессор кафедры прикладной математики Уральского федерального университета имени первого Президента России Б.Н. Ельцина, г. Екатеринбург, Россия (620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 19); e-mail: afshorikov@mail.ru.

[2] *Филиппова Анна Сергеевна* – аспирант кафедры прикладной математики Уральского федерального университета имени первого Президента России Б.Н. Ельцина, г. Екатеринбург, Россия (620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 19); e-mail: filippova-as@yandex.ru.

[3] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 17-01-00315).

пример, в работе К.Л. Лученко рассматривается экономико-математическая модель денежных потоков банка при кредитовании малого предприятия, включающая в себя целевую функцию (доход по кредиту за вычетом затрат по депозиту и других текущих затрат банка) и ограничения на сумму кредита и долю прибыли банка в платеже заемщика [3].

В работе Н.А. Тимофеева динамика долей кредитного портфеля банка описывается марковским случайным процессом с дискретным временем и конечным числом состояний. Матрица переходных вероятностей оценивается на основе винтажного анализа, то есть анализа статистических данных о переходе кредитов из одной группы в другую в течение месяца. Предлагаемый математический аппарат позволяет прогнозировать состав кредитного портфеля и оценивать вероятность дефолта на основания имеющихся статистических данных [6].

Е.А. Семенчин, А.Ю. Шаталова применяют обобщенную математическую модель максимизации прибыли, получаемой банком от реализации нескольких инвестиционных проектов к концу рассматриваемого периода [5]. При этом инвестиционный фонд банка составляет заданный размер и не изменяется с течением времени.

В работе М.О. Новикова рассмотрены основные факторы, позволяющие построить информационную сеть банка с учетом прогнозирования состояния очередей в узлах информационной сети. Узлами информационной сети банка являются филиалы банка. По итогам прогнозирования строится маршрут передачи информации от клиента банка к свободному менеджеру банка для проведения процедуры кредитования. Для решения поставленной задачи построена математическая модель информационной сети банка [4].

Различные подходы применения экономико-математических моделей с целью повышения эффективности банковской деятельности на международном уровне рассматриваются в работах [14, 16].

Попытка подойти к проблеме оптимизации банковского персонала с использованием математического моделирования описывается, например, в работе [13], но формат статьи, а также конфиденциальность рассматриваемой тематики не позволяют авторам привести полную формализацию модели в данном тексте.

Задача управления численностью персонала банка изучалась в работе А.А. Фурса, в которой разработана экономико-математическая модель, позволяющая достаточно точно воспроизвести деятельность отделения банка и оценить необходимую численность персонала, занятого в обслуживании обращений клиентов. Предложен алгоритм оценки эффективности системы обслуживания клиентов, исходя из количества обращений клиентов, длительности обслуживания каждого типа операций, позволяющий обосновать решение об изменении численности персонала. В основе предлагаемой модели – методы математической статистики, теории массового обслуживания и имитационного моделирования.

Необходимо отметить, что в большинстве работ по этой тематике используется аппарат стохастического моделирования, но не обсуждаются вопросы формирования вероятностных характеристик параметров, описывающих исследуемые процессы, что значительно снижает возможности использования полученных результатов на практике.

В данной работе предлагаемая детерминированная динамическая модель также служит количественным обоснованием при принятии следующих организационных решений:

- целесообразность изменения численности той или иной категории сотрудников;
- целесообразность работы в выходные дни;

- целесообразность изменения графика работы отделения банка;
- целесообразность введения/изменения гибкого графика работы той или иной категории сотрудников;
- принятие мер по управлению численностью персонала при изменении ряда внешних условий (введение новых категорий продуктов, изменение технологии обработки заявок, изменение трудового законодательства) [9].

В данной статье на основании результатов работ [1, 8, 10, 15] предлагается методика построения системы принятия решений в части управления численностью персоналом розничного блока коммерческого банка путем построения соответствующей динамической экономико-математической модели.

Методика исследования

Целью проведенного исследования является построение детерминированной динамической экономико-математической модели для описания процесса влияния численности сотрудников розничного блока банка на результаты его деятельности, а также разработка методики решения соответствующей оптимизационной задачи.

Основные этапы для достижения вышеуказанной цели можно представить в виде реализации следующих действий:

- формирование исходных данных, условий-ограничений, критериев качества рассматриваемых процессов;
- разработка динамической экономико-математической модели для описания процесса влияния численности сотрудников розничного блока банка на результаты его деятельности;
- формализация конечной дискретной задачи оптимизации программного терминального управления финальным состоянием фазового вектора системы (содержащего параметр, описывающий численность сотрудников розничного блока банка);
- разработка методики решения вышеуказанной задачи;
- формирование выходных данных, описывающих результата решения задачи оптимизации программного терминального управления финальным состоянием фазового вектора системы;
- практическая реализация алгоритма решения задачи;
- анализ полученных результатов компьютерного моделирования на соответствие их сложившейся практике деятельности розничного блока конкретного банка.

Приведем динамическую экономико-математическую модель для формализации задачи оптимизации численности сотрудников розничного блока банка и методику ее расчета.

1. На заданном целочисленном промежуткевремени $\overline{0,T-1}=\{0,1,2,...,T-1\};T\in N$ рассматривается дискретная (многошаговая) динамическая система, формализующая процесс управления численностью сотрудников розничного блока банка, которая описывается системой линейных рекуррентных дискретных векторных уравнений вида:

$$\begin{cases} y(t+1)=y(t)+u(t), y(0)=0, \\ y'(t+1)=y'(t)+u(t), y'(0)=0, \\ x(t+1)=B_1(t)x(t)+B_2(t)y(t)+B_3(t)A(t), x(0)=x_0, \\ p'(t+1)=f(t,p'(t+1),y(t),y'(t),x(t)), p'(0)=0, \\ t\in\overline{0,T-1}, \end{cases} \tag{1}$$

где $t\in\overline{0,T-1}=\{0,1,2,...,T-1\};T\in N$;

$y(t)\in R^m$ – вектор, значение которого характеризует численность различных категорий сотрудников в банке (количество человек) в период времени t ($m\in N$; здесь и далее, R^m есть m-мерное евклидово векторное пространство векторов-столбцов; N есть множество всех натуральных чисел); $y'(t) \in R^m$ – вектор численности различных категорий сотрудников нарастающим итогом в период времени t; $x(t) \in R^n$ – вектор, значение которого характеризует объем портфеля каждого из банковских розничных продуктов в период времени t; $\overline{x}(t) = (y(t), y'(t), x(t), p'(t)) \in R^{2m+n+1}$ – значение фазового вектора системы (1) в период времени t; $f = f(t, p', y, y', x)$ – действительная непрерывная функция своих аргументов, конкретный вид которой представлен в работе [8]; $u(t) \in R^m$ – вектор введения численности каждой категории сотрудников (количество человек), в период времени t; $A(t) = \|a_{ij}(t)\|, i \in \overline{1,n}, j \in \overline{1,m}$ – действительная матрица размерности ($n \times m$) нормативов продаж для каждой категории сотрудников в месяц в период времени t; $u(t)$ есть управляющие воздействия в системе; $B_1(t)$, $B_2(t)$ и $B_3(t)$ есть действительные матрицы размерностей ($n \times n$), ($n \times m$) и ($n \times n$) соответственно, и для всех $t \in \overline{0, T-1}$ их элементы определяются исходя из имеющихся статистических данных о рассматриваемом процессе управления.

2. В качестве критерия качества (целевой функции), оценивающего возможные реализации процесса комплексного управления структурой портфеля розничных продуктов банка, введем показатель величины прибыли розничного бизнеса банка в расчете на одного сотрудника в финальный момент времени в виде функционала $F: R^n \to R^1$, определенного на допустимых реализациях фазового вектора $\overline{x}(T) \in R^{2m+n+1}$ системы (1) в момент времени T, а его значение совпадает со значением вектора $p'(T) \to R^1$, входящего в фазовый вектор.

3. Введем кортеж $R = \{R_1, R_2, ..., R_k\}$; $k \in N$, условий-ограничений на исходные данные, управляющие воздействия и выходные данные системы. Соответственно, должны выполняться следующие условия:

$$x(t) \in X_R(t), y(t) \in Y_R(t),$$
$$u(t) \in U_R(t), A(t) \in A_R(t), \tag{2}$$

4. Зафиксируем пару $\overline{u}(\cdot) = (u(\cdot), A(\cdot)) \in \overline{U}(\cdot)$, образующую допустимое программное управление на промежутке времени $\overline{0,T}$, где:

$u(\cdot) = \{u(t)\}_{t \in \overline{0,T-1}}$;

$A(\cdot) = \{A(t)\}_{t \in \overline{0,T-1}}; \overline{U}(\cdot) = \{\overline{U}(t)\}_{t \in \overline{0,T-1}}$;

$\forall t \in \overline{0, T-1}: \overline{U}(t) = U_R(t) \times A_R(t)$ – допустимых программных управляющих воздействий на промежутке времени $\overline{0,T}$ в рассматриваемой динамической системе (1), (2).

Пусть $p'(T) = p'_{\overline{0,T}}(T, \overline{x}(0), \overline{u}(\cdot))$ – есть финальное состояние (состояние в момент времени T) координаты вектора, входящего в фазовый вектор $\overline{x}(T) = (y(T), y'(T), x(T), p'(T)) \in R^{2m+n+1}$ системы (1), (2), описывающей динамику рассматриваемого процесса оптимизации комплексного программного управления структурой портфелей розничных продуктов банка на промежутке времени $\overline{0,T}$, соответствующее набору $(\overline{x}(0), \overline{u}(\cdot))$, где $\overline{x}(0) = (y(0), y'(0), x(0), p'(0)) \in R^{2m+n+1}$; $\overline{u}(\cdot) = (u(\cdot), A(\cdot)) \in \overline{U}(\cdot); p'(T)$ есть значение величины прибыли розничного бизнеса банка в расчете на одного сотрудника в финальный момент времени T, которое вычисляется по формулам, приведенным в работе [8].

Тогда для всех допустимых реализаций наборов $(\overline{x}(0), \overline{u}(\cdot))$, где $\overline{x}(0) = (y(0), y'(0), x(0), p'(0))$; $\overline{u}(\cdot) = (u(\cdot), A(\cdot)) \in \overline{U}(\cdot)$; $u(\cdot) = \{u(t)\}_{t \in \overline{0,T-1}}$;

$$A(\cdot) = \{A(t)\}_{t \in \overline{0,T-1}} \begin{pmatrix} \forall t \in \overline{0, T-1}: u(t) = \\ = (u(t), A(t)) \in \overline{U}(t) \end{pmatrix},$$

качество процесса программного управления в системе (1), (2), описывающей процесс оптимизации комплексного программного управления численностью сотрудников Розничного блока банка на промежутке времени $\overline{0,T}$ оценивается линейным терминальным функционалом (показателем качества процесса) $F(T;\overline{x}(0),\overline{u}(\cdot))$, значения которого равны величине прибыли розничного бизнеса банка в расчете на одного сотрудника в финальный момент времени T, соответствующей реализации пары $(\overline{x}(0),\overline{u}(\cdot))$, то есть определяются по формуле:

$$F(T;\overline{x}(0),\overline{u}(\cdot)) = p'(T) = \\ = p'_{\overline{0,T}}(T;\overline{x}(0),\overline{u}(\cdot)). \tag{3}$$

5. Тогда содержательно задача оптимизации комплексного программного управления численностью сотрудников розничного блока банка может быть сформулирована следующим образом.

Для рассматриваемого на заданном промежутке времени $\overline{0,T}$ процесса оптимизации программного управления численностью сотрудников розничного блока банка, описываемого динамической экономико-математической моделью (1), (2), заданного начального фазового вектора $\overline{x}(0) = (y(0), y'(0), x(0), p'(0)) \in R^{2m+n+1}$ требуется найти такую пару допустимых программных управлений $\overline{u}^{(e)}(\cdot) = (u^{(e)}(\cdot), A^{(e)}(\cdot)) \in \overline{U}(\cdot)$ на этом промежутке времени, чтобы значение линейной терминальной целевой функции $F(T;\overline{x}(0),\overline{u}(\cdot))$, определяемой соотношением (3), было максимальным по сравнению со всеми другими допустимыми для нее значениями, соответствующими другим парам допустимых программных управлений $\overline{u}(\cdot) = (u(\cdot), A(\cdot)) \in \overline{U}(\cdot)$, то есть выполнялось следующее условие оптимальности:

$$F^{(e)} = F(T;\overline{x}(0),\overline{u}^{(e)}(\cdot)) = \\ = \max_{\overline{u}(\cdot)=(u(\cdot),A(\cdot))\in\overline{U}(\cdot)} F(T;\overline{x}(0),\overline{u}(\cdot)) = \\ = \max_{\overline{u}(\cdot)=(u(\cdot),A(\cdot))\in\overline{U}(\cdot)} p'_{\overline{0,T}}(T;\overline{x}(0),\overline{u}(\cdot)) = \\ = p'_{\overline{0,T}}(T;\overline{x}(0),\overline{u}^{(e)}(\cdot)). \tag{4}$$

6. Выходными результатами оптимизации процесса управления численностью сотрудников розничного блока банка является набор данных $(u^{(e)}(\cdot), A^{(e)}(\cdot), p'^{(e)}(\cdot))$, где $u^{(e)}(\cdot) = \{u^{(e)}(t)\}_{t\in\overline{0,T-1}}$ – массив оптимальных значений вектора ввода численности сотрудников розничного блока банка, $A^{(e)}(\cdot) = \{A^{(e)}(t)\}_{t\in\overline{0,T-1}}$ – массив оптимальных значений матриц нормативов продаж банковских продуктов сотрудниками розничного блока банка, $p'^{(e)}(T)$ – значение величины оптимальной прибыли розничного блока в расчете на одного сотрудника в финальный момент времени T.

7. В результате решения сформулированной задачи оптимального программного управления получаем оптимальную модель управления численностью сотрудников розничного блока банка, учитывающую различные допустимые варианты (сценарии) ввода и вывода численности сотрудников различных категорий и установление для них нормативов продаж банковских продуктов.

Рассмотрим применение предлагаемого метода оптимального программного управления численностью сотрудников розничного блока банка на практическом примере.

Пусть $n = 8$, $m = 7$, и параметры системы (1), (2) описывают следующие данные:

$x(t) = (x_1(t), x_2(t), ..., x_8(t)) \in R^8$;

$x_1(t)$ – объем портфеля задолженности по потребительским кредитам;

$x_2(t)$ – объем портфеля задолженности по жилищным кредитам;

$x_3(t)$ – объем портфеля задолженности по автокредитам;

$x_4(t)$ – объем портфеля задолженности по кредитным картам;

$x_5(t)$ – объем портфеля срочных вкладов физических лиц;

$x_6(t)$ – объем портфеля остатков на счетах личных дебетовых банковских карт;

$x_7(t)$ – объем портфеля остатков по векселям физических лиц;

$x_8(t)$ – объем портфеля остатков на счетах зарплатных банковских карт;

$y(t) = (y_1(t), y_2(t), ..., y_7(t)) \in R^7$;

$y_1(t)$ – численность менеджеров по продажам;

$y_2(t)$ – численность менеджеров ипотечного кредитования;

$y_3(t)$ – численность специалистов по прямым продажам;

$y_4(t)$ – численность старших специалистов по прямым продажам;

$y_5(t)$ – численность менеджеров по зарплатным проектам;

$y_6(t)$ – численность менеджеров по работе с партнерами;

$y_7(t)$ – численность специалистов по обслуживанию частных лиц.

Известно начальное состояние в момент времени $t = 0$ фазового вектора $\overline{x}(0) = (y(0), y'(0), x(0), p'(0)) \in R^{23}$ и матрицы нормативов продаж $A(0)$. Предполагается, что для рассматриваемого процесса управления задана последовательность матриц $\{A(t)\}_{t\in\overline{0,T-1}}$, такая, что для периода t $(t \in \overline{0,T-1})$, соответствующая матрица $A(t)$ определяет вторую компоненту управляющего воздействия. Это означает, что можно моделировать процесс программного управления при различных наборах таких последовательностей матриц.

Элементы матриц $B_1(t)$, $B_2(t)$ и $B_3(t)$, а также формулы для расчета целевой функции $F(T;\overline{x}(0),\overline{u}(\cdot)) = p'(T) = p'_{\overline{0,T}}(T;\overline{x}(0),\overline{u}(\cdot))$ представлены в работах [7, 8].

Ограничение на дискретное значение управления для каждого $t \in \overline{0,T-1}$ и для каждого $j \in \overline{1,7}$ имеет вид:

$$\left|u_j(t)\right| \le u_j^*(t), u_j(0) = 0.$$

Тогда для каждого $t \in \overline{0,T-1}$ значения допустимого управления $u_j(t)$ выбираются из массива: $u_j(t) \in U_j^*(t) = \left\{-u_j^*(t); 0; u_j^*(t)\right\}$; значения управляющей матрицы $A(t)$ выбираются из массива $A(t) \in (A_1(t), A_2(t), A_3(t))$, который формируется на основании имеющихся условий-ограничений (матрица $A(0)$ – единственная). Таким образом, ограничение на управляющее воздействие, определяемое (2) для каждого $t \in \overline{0,T-1}$ имеет следующий конкретный вид:

$$\overline{U}(t) = (U_R(t) \times A_R(t)) = (U^*(t) \times A^*(t)),$$

где

$$U^*(t) = \left\{\begin{matrix} u(t) : u(t) = (u_1(t), u_2(t), ..., u_7(t)) \in R^7, \\ \forall j \in \overline{1,7}, u_j(t) \in U_j^*(t) = \left\{-u_j^*(t); 0; u_j^*(t)\right\} \end{matrix}\right\};$$

$$A^*(t) \in (A_1(t), A_2(t), A_3(t)).$$

Тогда алгоритм формирования допустимых программных управлений и порождаемых ими траекторий системы можно представить в виде реализации нижеследующей последовательности действий.

Шаг 1.1. В момент времени $t = 0$ имеются единственные допустимое управление $u^{(1)}(0)$ и матрица $A(0)$, образующие единственное управляющее воздействие $u^{-(1)}(0) = (u^{(1)}(0), A^{(1)}(0))$, где

$$u^{(1)}(0) = \left\{u_j^{(1)}(0)\right\}_{j\in\overline{1,m}},$$

$\forall j \in \overline{1,m} : u_j^{(1)}(0) = 0, A^{(1)}(0) = A(0),$ которому соответствует единственное значение набора $\left\{y_j^{(1)}(0)\right\}_{j\in\overline{1,m}} = \left\{y_j(1)\right\}_{j\in\overline{1,m}}$. Тогда на основании значений $y_j(1)$, $j \in \overline{1,m}$ в силу системы уравнений (1) вычисляются единственные значения

$y'_j(1),\ j \in \overline{1,m}, x'_i(1),\ i \in \overline{1,n},$ и $p'(1)$, которые в совокупности образуют единственное допустимое состояние фазового вектора $\overline{x}^{(1)}(1) = (y^{(1)}(1), y'^{(1)}(1), x^{(1)}(1), p'^{(1)}(1)) \in R^{23}$ динамической системы (1), (2) в момент времени 1. При этом значение фазового вектора $x^{-(1)}(1)$ и порождающее его управление $u^{-(1)}(0) = (u^{-(1)}(0), A^{(1)}(0)$ запоминаются.

Шаг 1.2. Для сформированного на предыдущем шаге фазового вектора

$\overline{x}^{(1)}(1) = (y^{(1)}(1), y'^{(1)}(1), x^{(1)}(1), p'^{(1)}(1)) \in R^{23}$, используя три допустимых управления $\overline{u}^{(k)}(1) = (u^{(k)}(1), A^{(k)}(1))$, где $u^{(k)}(1) = \left\{u_j^{(k)}(1)\right\}_{j\in\overline{1,m}}, k \in \overline{1,3},$

$$\forall j \in \overline{1,m} : u_j^{(k)}(1) \in U_j^*(1) = \left\{-u_j^*(1); 0; u_j^*(1)\right\},$$

таких, что каждое из трех допустимых значений управления $u_j^{(k)}(1)$ связано с соответствующей матрицей из трех матриц $A^{(k)}(1) \in \left\{A_1(1), A_2(1), A_3(1)\right\}$, в соответствии с уравнениями (1) формируются 3 допустимых, в момент времени t = 2 значений фазового вектора: $\overline{x}^{(k)}(2) = (y^{(k)}(2), y'^{(k)}(2), x^{(k)}(2), p'^{(k)}(2)) \in R^{23}, k \in \overline{1,3},$

соответствующих этим 3-м управлениям. При этом значения всех трех фазовых векторов и соответствующих им, порождающих их управлений запоминаются.

Шаг 1.3. Для каждого сформированного на предыдущем шаге фазового вектора $\overline{x}^{(k)}(2) = (y^{(k)}(2), y'^{(k)}(2), x^{(k)}(2), p'^{(k)}(2)) \in R^{23}, k \in \overline{1,3},$

используя три допустимых управления $\overline{u}^{(k)}(2) = (u^{(k)}(2), A^{(k)}(2))$, где $u^{(k)}(2) = \left\{u_j^{(k)}(2)\right\}_{j\in\overline{1,m}}, k \in \overline{1,3},$

$\forall j \in \overline{1,m} : u_j^{(k)}(2) \in U_j^*(2) = \left\{-u_j^*(2); 0; u_j^*(2)\right\}$, таких, что каждое из трех допустимых значений управления $u_j^{(k)}(2)$ связано с соответствующей матрицей из трех матриц $A^{(k)}(2) \in \left\{A_1(2), A_2(2), A_3(2)\right\}$, в соответствии с уравнениями (1) формируются 9 допустимых, в момент времени t = 3 значений фазового вектора: $\overline{x}^{(k)}(3) = (y^{(k)}(3), y'^{(k)}(3), x^{(k)}(3), p'^{(k)}(3)) \in$ $\in R^{23}, k \in \overline{1,9} y'^{(k)}(3), x^{(k)}(3), p'^{(k)}(3)) \in R^{23}, k \in \overline{1,9},$

соответствующих этим 3-м управлениям. При этом значения всех девяти фазовых векторов и соответствующих им и порождающих их управлений запоминаются.

Продолжая рассматриваемый процесс аналогичным рекуррентным образом для всех $t \in \overline{3, T-2}$, в момент времени $(T – 1)$ будет сформирован набор фазовых векторов $\overline{x}^{(k)}(T-1) = (y^{(k)}(T-1), y'^{(k)}(T-1),$

$x^{(k)}(T-1), p'^{(k)}(T-1)) \in R^{23}, k \in \overline{1, 3^{T-2}+1}$ и

порождающих их программных управлений $\left\{\overline{u}_j^{(k)}(t)\right\}_{t\in\overline{0,T-2}} = \left\{u^{(k)}(t), A^{(k)}(t)\right\}_{t\in\overline{0,T-2}}$.

Шаг 1.T. На основании ($3^{T–2}$ + 1), построенных на предыдущем шаге значений фазовых векторов $\overline{x}^{(k)}(T-1) = (y^{(k)}(T-1), y'^{(k)}(T-1), x^{(k)}(T-1),$ $p'^{(k)}(T-1)) \in R^{23}, k \in \overline{1, 3^{T-2}+1},$

используя три допустимых управления $\overline{u}^{(k)}(T-1) = (u^{(k)}(T-1), A^{(k)}(T-1)),$
где

$$u^{(k)}(T-1) = \left\{u_j^{(k)}(T-1)\right\}_{j\in\overline{1,m}}, \forall j \in$$
$$\in \overline{1,m} : u_j^{(k)}(T-1) \in U_j^*(T-1) =$$
$$= \left\{-u_j^*(T-1); 0; u_j^*(T-1)\right\},$$

таких, что каждое из трех допустимых значений управления $u_j^{(k)}(T-1)$ связано с соответствующей матрицей из трех матриц $A^{(k)}(T-1) \in \left\{A_1(T-1), A_2(T-1), A_3(T-1)\right\}$,

в соответствии с уравнениями (1) формируются 3^{T-2} + 1 допустимых, в момент времени T значений фазового вектора: $\overline{x}^{(k)}(T) = (y^{(k)}(T), y'^{(k)}(T), x^{(k)}(T), p'^{(k)}(T)) \in$ $\in R^{23}, k \in \overline{1, 3^{T-1}+1},$

соответствующих 3-м допустимым управлениям. При этом значения всех 3^T финальных фазовых векторов $\overline{x}^{(k)}(T)$ и соответствующих им и порождающих их программных управлений

$$\left\{\overline{u}_j^{(k)}(t)\right\}_{t\in\overline{0,T-1}} = \left\{u^{(k)}(t), A^{(k)}(t)\right\}_{t\in\overline{0,T-1}}, k \in$$

$$\in \overline{1,(3^{T-1}+1)},$$

запоминаются.

Шаг 1.(T+1). Отображение результатов.

Отображаются все сформированные значения фазовых траекторий (значения координат фазовых векторов в моменты времени $t\in\overline{0,T}$ рассматриваемой динамической системы):

$$\overline{x}^{(k)}(\cdot) = \left\{\overline{x}^{(k)}(t)\right\}_{t\in\overline{0,T}} =$$

$$= \left\{\overline{x}_{t\in\overline{0,T}}(t;\overline{x}(0),\overline{u}^{(k)}(\cdot)\right\}_{t\in\overline{0,T}}, k\in\overline{1,(3^{T-1}+1)},$$

и порождающие их программные управления

$$\overline{u}^{(k)}(\cdot) = \left\{\overline{u}^{(k)}(t)\right\}_{t\in\overline{0,T-1}} =$$

$$= \left\{u^{(k)}(t), A^{(k)}(t)\right\}_{t\in\overline{0,T-1}}, k\in\overline{1,(3^{T-1}+1)},$$

в удобной для пользователя форме, например, в виде графиков или таблиц.

Оптимальное решение рассматриваемой задачи – решение, в котором величина функционала

$$F(T;\overline{x}(0),\overline{u}(\cdot)) = p'(T) = p'_{\overline{0,T}}(T;\overline{x}(0),\overline{u}(\cdot)),$$

то есть значение нормы прибыли $p'(T)$ в финальный момент времени T, является максимальным.

Для решения этой оптимизационной задачи воспользуемся следующим линейным алгоритмом, который можно представить в виде реализации нижеследующей последовательности действий.

Шаг 2.1. Присвоить переменной Max значение равное 0, то есть Max = 0.

Шаг 2.2. Для каждого $k\in\overline{1,(3^{T-1}+1)}$ выполнить следующее действие:

если $\text{Max} < p'^{(k)}(T) = p'^{(k)}_{\overline{0,T}}(T;\overline{x}(0),\overline{u}^{(k)}(\cdot)),$

то $\text{Max} := p'^{(k)}(T) = p'^{(k)}_{\overline{0,T}}(T;\overline{x}(0),\overline{u}^{(k)}(\cdot)),$

и с помощью переменной Ue запоминается порождающее его программное управление:

$$\overline{u}^{(k)}(\cdot) = \left\{\overline{u}^{(k)}(t)\right\}_{t\in\overline{0,T-1}} = \left\{(u^{(k)}(t), A^{(k)}(t))\right\}_{t\in\overline{0,T-1}},$$

то есть осуществляется присвоение:

$$Ue := \overline{u}^{(k)}(\cdot) = \left\{\overline{u}^{(k)}(t)\right\}_{t\in\overline{0,T-1}} = \left\{(u^{(k)}(t), A^{(k)}(t))\right\}_{t\in\overline{0,T-1}}.$$

Шаг 2.3. Отображение результатов.

В удобной для пользователя форме, например, в виде графиков или таблиц, отображаются:

- оптимальное финальное значение нормы прибыли:

$$p'^{(e)}(T) = p'_{\overline{0,T}}(T;\overline{x}(0),\overline{u}^{(e)}(\cdot)) = \text{Max},$$

- оптимальное программное управление:

$$\overline{u}^{(k)}(\cdot) = \left\{\overline{u}^{(k)}(t)\right\}_{t\in\overline{0,T-1}} =$$

$$= \left\{(u^{(k)}(t), A^{(k)}(t))\right\}_{t\in\overline{0,T-1}} = Ue,$$

порождающее значение $\text{Max} = p'^{(e)}(T).$.

Отметим, что полученные с помощью описанных алгоритмов элементы, удовлетворяют условию оптимальности (4), а именно:

$$\text{Max} = p'^{(e)}(T) = p'_{\overline{0,T}}(T;\overline{x}(0),\overline{u}^{(e)}(\cdot)) =$$

$$= F(T;\overline{x}(0),\overline{u}^{(e)}(\cdot)) = \max_{k\in\overline{1,3^{T-1}+1}} F(T;\overline{x}(0),\overline{u}^{(k)}(\cdot)) =$$

$$= \max_{\overline{u}^{(k)}(\cdot)=(u^{(k)}(\cdot),A^{(k)}(\cdot))\in\overline{U}(\cdot)} F(T;\overline{x}(0),\overline{u}^{(k)}(\cdot)) =$$

$$= \max_{\overline{u}^{(k)}(\cdot)=(u^{(k)}(\cdot),A^{(k)}(\cdot))\in\overline{U}(\cdot)} p'_{\overline{0,T}}(T;\overline{x}(0),\overline{u}^{(k)}(\cdot)) =$$

$$= p'_{\overline{0,T}}(T;\overline{x}(0),\overline{u}^{(e)}(\cdot)) = \boldsymbol{F}^{(e)},$$

то есть являются решением рассматриваемой задачи оптимизации комплексного программного управления численностью сотрудников розничного блока банка.

Вышеописанный алгоритм нахождения решения рассматриваемой задачи оптимального программного терминального управления реализован для класса практических задач на языке Delphi 7.

В результате работы программы для момента времени $T = 3$ получили девять фазовых траекторий. Данные кривые состоят из точек, отображающих состояние динамической системы (1), (2) в последовательные моменты времени. Ниже на рис. 1 представлены результаты решения оптимизационной задачи с помощью разработанной программы.

С учетом имеющихся ограничений по продажам тех или иных банковских продуктов различными категориями сотрудников (в соответствии со специализацией сотрудников), а также данных по доходности соответствующих портфелей и трудозатратам на реализацию продуктов, получены оптимальные значения нормативов продаж каждого продукта в месяц. Результаты представлены в табл. 1.

Так, менеджер по продажам продает все розничные банковские продукты, кроме зарплатных карт. При этом для максимизации прибыли банка оптимальным будет установление таких нормативов продаж, чтобы наибольшее количество проданных продуктов сотрудниками данной категории приходилось на потребительские кредиты. Менеджер ипотечного кредитования и менеджер по зарплатным проектам являются монопродавцами, в функционал которых входят продажи только одного продукта (ипотечных кредитов и зарплатных карт соответственно). В данном случае нормативы продаж определяются исходя из времени на продажу одного продукта и нормативного фонда рабочего времени в месяц. Для специалиста и старшего специалиста по прямым продажам также максимальный упор необходимо сделать на реализацию потребительских кредитов, для специалиста по обслуживанию частных лиц – на продажи личных дебетовых карт.

Значения выходных данных всех допустимых траекторий представлены ниже. В табл. 2–10 отображены результаты вычислений управления $u(t)$ для $t \in \overline{1,3}$, $p'(T) = p'(4)$, где

$u(t)$ – вектор управления, вектор введения численности каждой категории сотрудников в период времени t;

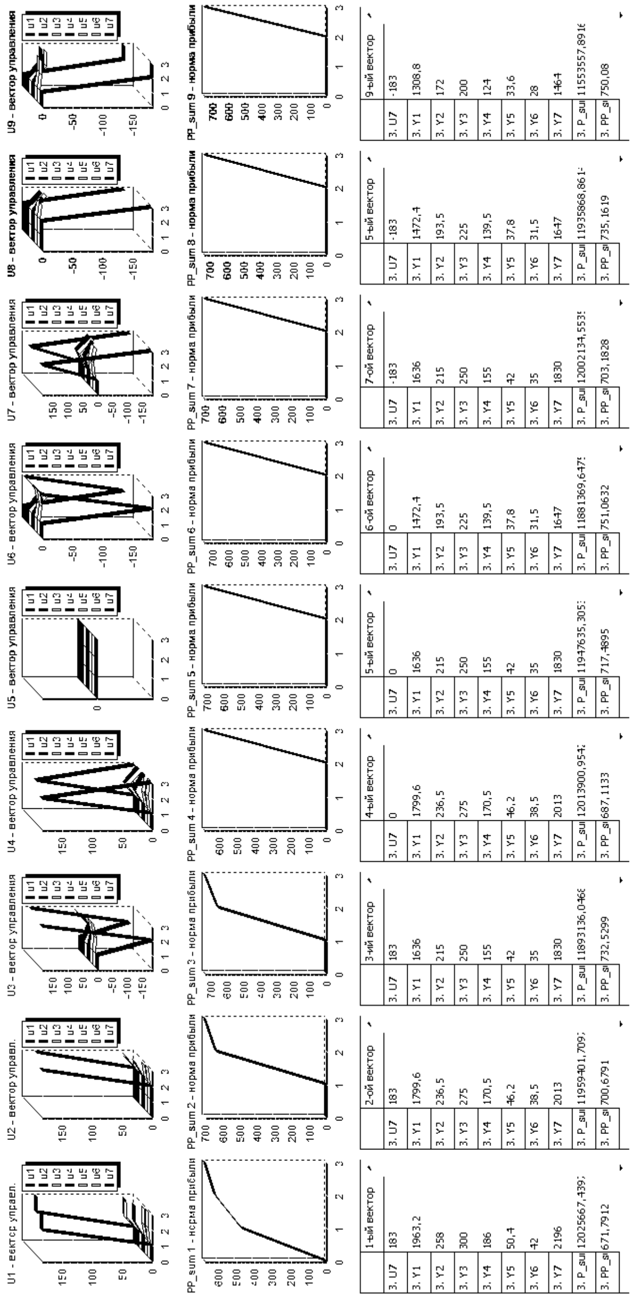
$p'(T) = p'(4)$ – величина нормы прибыли в финальный момент времени $T = 4$.

Анализ результатов работы моделирующей программной системы

Как уже было отмечено, для сформированной динамической системы (1), (2) оптимальной является траектория, для которой значение координаты, соответствующей значению нормы прибыли в финальный момент времени является максимальной по сравнению с аналогичными значениями для других допустимых траекторий. Для динамической системы с заданными выше параметрами траектория № 6 является оптимальной. Значение функционала, нормы прибыли в этом случае равно 751,06, что является абсолютным максимумом. Таким образом, оптимальным является управление, при котором численность сотрудников уменьшается в период времени $t = 2$ (вектор управления $u(t)$ – отрицательный) и остается неизменной в периоды времени $t = 1$ и $t = 3$.

Основными результатами предложенного метода экономико-математического моделирования для решения задачи оптимального программного управления численностью персонала сотрудников розничного блока банка являются следующие:

- проведен анализ существующих подходов к оптимизации банковских процессов, показавший актуаль-



	1-ый вектор	2-ой вектор	3-ий вектор	4-ый вектор	5-ый вектор	6-ой вектор	7-ой вектор	5-ый вектор	9-ый вектор
3. U7	183	183	183	0	0	0	-183	-183	-183
3. Y1	1963,2	1799,6	1636	1799,6	1636	1472,4	1636	1472,4	1308,8
3. Y2	258	236,5	215	236,5	215	193,5	215	193,5	172
3. Y3	300	275	250	275	250	225	250	225	200
3. Y4	186	170,5	155	170,5	155	139,5	155	139,5	124
3. Y5	50,4	46,2	42	46,2	42	37,8	42	37,8	33,6
3. Y6	42	38,5	35	38,5	35	31,5	35	31,5	28
3. Y7	2196	2013	1830	2013	1830	1647	1830	1647	1464
3. P_sui	12025667,439	11959401,709	11893136,0468	12013900,954	11947635,305	11881369,6479	12002134,5535	11935868,861	11553557,8916
3. PP_sı	671,7912	700,6791	732,5299	687,1133	717,4895	751,0632	703,1828	735,1619	750,08

Рис. 1. Результаты работы программы

Таблица 1

Значения матрицы нормативов продаж
(количество проданных продуктов в месяц) шт.

Категория сотрудников	**Банковские продукты**							
	Потребительские кредиты	**Жилищные кредиты**	**Автокредиты**	**Кредитные карты**	**Депозиты физ. лиц**	**Личные дебетовые карты**	**Векселя физлиц**	**Зарплатные карты**
Менеджер по продажам	63	3	6	23	23	56	28	0
Менеджер ипотечного кредитования	0	22	0	0	0	0	0	0
Специалист по прямым продажам	102	3	0	23	23	56	0	0
Старший специалист по прямым продажам	102	3	0	23	23	56	0	0
Менеджер по зарплатным проектам	0	0	0	0	0	0	0	315
Менеджер по работе с партнерами	0	3	47	0	0	0	0	0
Специалист по обслуживанию частных лиц	0	0	0	23	23	381	28	0

Таблица 2

Выходные данные 1-й фазовой траектории

Количество введенных штатных единиц, ед.	$t = 1$	$t = 2$	$t = T = 3$
Категория сотрудников	$u(1)$	$u(2)$	$u(3)$
Менеджер по продажам	0	163,60	163,60
Менеджер ипотечного кредитования	0	21,50	21,50
Специалист по прямым продажам	0	25,00	25,00
Старший специалист по прямым продажам	0	15,50	15,50
Менеджер по зарплатным проектам	0	4,20	4,20
Менеджер по работе с партнерами	0	3,50	3,50
Специалист по обслуживанию частных лиц	0	183,00	183,00
Норма прибыли, тыс. руб.	$p'(T) = p'(4)$		671,79

Таблица 3

Выходные данные 2-й фазовой траектории

Количество введенных штатных единиц, ед.	$t = 1$	$t = 2$	$t = T = 3$
Категория сотрудников	$u(1)$	$u(2)$	$u(3)$
Менеджер по продажам	0	0	163,60
Менеджер ипотечного кредитования	0	0	21,50
Специалист по прямым продажам	0	0	25,00
Старший специалист по прямым продажам	0	0	15,50
Менеджер по зарплатным проектам	0	0	4,20
Менеджер по работе с партнерами	0	0	3,50
Специалист по обслуживанию частных лиц	0	0	183,00
Норма прибыли, тыс. руб.	$p'(T) = p'(4)$		700,68

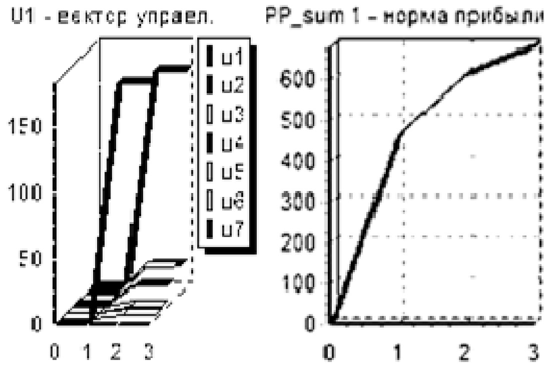


Рис. 2. Графики выходных данных 1-й фазовой траектории

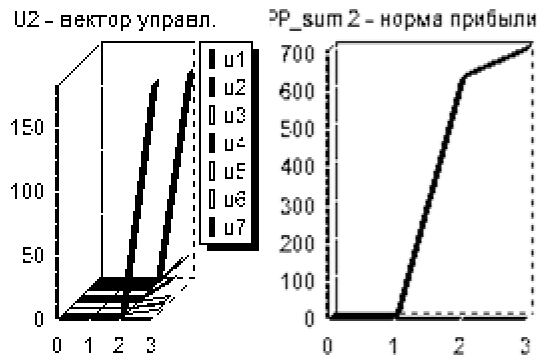


Рис. 3. Графики выходных данных 2-й фазовой траектории

Таблица 4

Выходные данные 3-й фазовой траектории

Количество введенных штатных единиц, ед.	***t* = 1**	***t* = 2**	***t* = *T* = 3**
Категория сотрудников	$u(1)$	$u(2)$	$u(3)$
Менеджер по продажам	0	-163,60	163,60
Менеджер ипотечного кредитования	0	-21,50	21,50
Специалист по прямым продажам	0	-25,00	25,00
Старший специалист по прямым продажам	0	15,50	15,50
Менеджер по зарплатным проектам	0	-4,20	4,20
Менеджер по работе с партнерами	0	-3,50	3,50
Специалист по обслуживанию частных лиц	0	-183,00	183,00
Норма прибыли, тыс. руб.	$p'(T) = p'(4)$		732,53

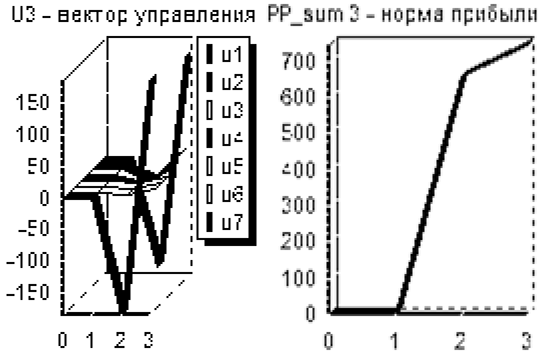


Рис. 4. Графики выходных данных 3-й фазовой траектории

Рис. 5. Графики выходных данных 4-й фазовой траектории

Таблица 5

Выходные данные 4-й фазовой траектории

Количество введенных штатных единиц, ед.	***t* = 1**	***t* = 2**	***t* = *T* = 3**
Категория сотрудников	$u(1)$	$u(2)$	$u(3)$
Менеджер по продажам	0	163,60	0
Менеджер ипотечного кредитования	0	21,50	0
Специалист по прямым продажам	0	25,00	0
Старший специалист по прямым продажам	0	15,0	0
Менеджер по зарплатным проектам	0	4,20	0
Менеджер по работе с партнерами	0	3,50	0
Специалист по обслуживанию частных лиц	0	183,00	0
Норма прибыли, тыс. руб.	$p'(T) = p'(4)$		687,11

Рис. 6. Графики выходных данных 5-й фазовой траектории

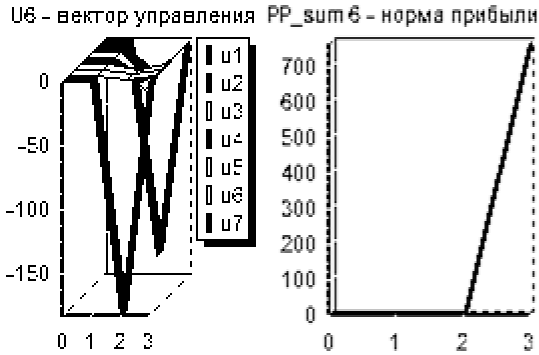


Рис. 7. Графики выходных данных 6-й фазовой траектории

Таблица 6

Выходные данные 5-й фазовой траектории

Количество введенных штатных единиц, ед.	***t* = 1**	***t* = 2**	***t* = *T* = 3**
Категория сотрудников	$u(1)$	$u(2)$	$u(3)$
Менеджер по продажам	0	0	0
Менеджер ипотечного кредитования	0	0	0
Специалист по прямым продажам	0	0	0
Старший специалист по прямым продажам	0	0	0
Менеджер по зарплатным проектам	0	0	0
Менеджер по работе с партнерами	0	0	0
Специалист по обслуживанию частных лиц	0	0	0
Норма прибыли, тыс. руб.	$p'(T) = p'(4)$		711,49

Рис. 8. Графики выходных данных 7-й фазовой траектории

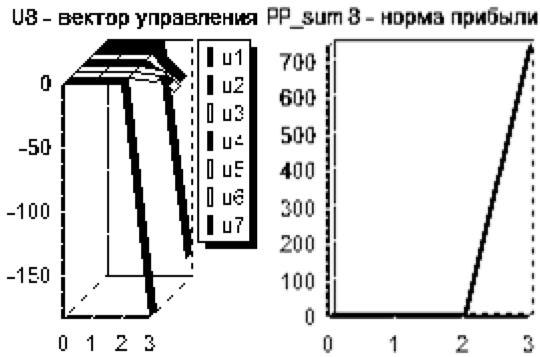


Рис. 9. Графики выходных данных 8-й фазовой траектории

Таблица 7

Выходные данные 6-й фазовой траектории

Количество введенных штатных единиц, ед.	***t* = 1**	***t* = 2**	***t* = *T* = 3**
Категория сотрудников	$u(1)$	$u(2)$	$u(3)$
Менеджер по продажам	0	-163,60	0
Менеджер ипотечного кредитования	0	-21,50	0
Специалист по прямым продажам	0	-25,00	0
Старший специалист по прямым продажам	0	15,50	0
Менеджер по зарплатным проектам	0	-4,20	0
Менеджер по работе с партнерами	0	-3,50	0
Специалист по обслуживанию частных лиц	0	-183,00	0
Норма прибыли, тыс. руб.	$p'(T) = p'(4)$		751,06

Таблица 8

Выходные данные 7-й фазовой траектории

Количество введенных штатных единиц, ед.	***t* = 1**	***t* = 2**	***t* = *T* = 3**
Категория сотрудников	$u(1)$	$u(2)$	$u(3)$
Менеджер по продажам	0	163,60	-163,60
Менеджер ипотечного кредитования	0	21,50	-21,50
Специалист по прямым продажам	0	25,00	-25,00
Старший специалист по прямым продажам	0	15,50	-15,50
Менеджер по зарплатным проектам	0	4,20	-4,20
Менеджер по работе с партнерами	0	3,50	-3,50
Специалист по обслуживанию частных лиц	0	183,00	-183,00
Норма прибыли, тыс. руб.	$p'(T) = p'(4)$		703,18

Таблица 9

Выходные данные 8-й фазовой траектории

Количество введенных штатных единиц, ед.	***t* = 1**	***t* = 2**	***t* = *T* = 3**
Категория сотрудников	$u(1)$	$u(2)$	$u(3)$
Менеджер по продажам	0	0	-163,60
Менеджер ипотечного кредитования	0	0	-21,50
Специалист по прямым продажам	0	0	-25,00
Старший специалист по прямым продажам	0	0	-15,50
Менеджер по зарплатным проектам	0	0	-4,20
Менеджер по работе с партнерами	0	0	-3,50
Специалист по обслуживанию частных лиц	0	0	-183,00
Норма прибыли, тыс. руб.	$p'(T) = p'(4)$		735,16

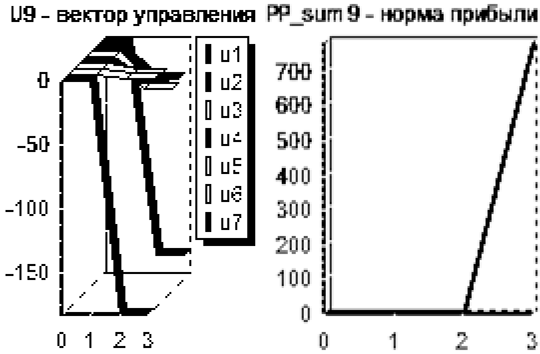


Рис. 10. Графики выходных данных 9-й фазовой траектории

Таблица 10

Выходные данные 9-й фазовой траектории

Количество введенных штатных единиц, ед.	***t* = 1**	***t* = 2**	***t* = *T* = 3**
Категория сотрудников	*u*(1)	*u*(2)	*u*(3)
Менеджер по продажам	0	-163,60	-163,60
Менеджер ипотечного кредитования	0	-21,50	-21,50
Специалист по прямым продажам	0	-25,00	-25,00
Старший специалист по прямым продажам	0	-15,50	-15,50
Менеджер по зарплатным проектам	0	-4,20	-4,20
Менеджер по работе с партнерами	0	-3,50	-3,50
Специалист по обслуживанию частных лиц	0	-183,00	-183,00
Норма прибыли, тыс. руб.	$p'(T) = p'(4)$		750,16

ность темы исследования и необходимость разработки экономико-математической модели для исследования процесса управления численностью персонала банка;

- определены основные задачи для достижения поставленной цели, разработана динамическая экономико-математическая модель для имитации процесса управления численностью сотрудников розничного блока банка;
- предложен алгоритм решения поставленной задачи динамического экономико-математического моделирования процесса оптимизации программного управления численность сотрудников розничного блока банка;
- на основании результатов компьютерного моделирования на языке Delphi 7 осуществлен выбор оптимального решения рассматриваемой задачи.

Основные выводы

В данной статье предложена новая динамическая экономико-математическая модель для оптимизации процесса управления численностью сотрудников розничного блока банка. Применение данной модели позволяет решить одну из важнейших задач данного процесса – формирования оптимальной численности сотрудников, которые при обеспечении необходимой производительности труда приносят банку максимальную прибыль.

Предложенная экономико-математическая модель в дальнейших исследованиях будет усложнена путем расширения фазового вектора системы, а также включения в нее вектора, описывающего факторы рисков.

Отметим, что предложенная в данной работе модель может служить основой для разработки, создания и применения комплексной информационно-аналитической системы поддержки принятия решений в банковской деятельности. Использование динамических экономико-математических моделей в банковской деятельности в значительной степени повышает ее эффективность, ускоряя и оптимизируя процесс принятия управленческих решений, что делает кредитную организацию более конкурентоспособной и гибкой к изменениям рыночной среды.

Авторы выражают благодарность Е.С. Раскатовой за разработку программы на языке Delphi 7, позволяющей реализовать компьютерное моделирование решения рассматриваемых в статье задач.

Список использованных источников

1. Виноградова Е.Ю. Модель управления развитием хозяйствующего субъекта для решения задач многоцелевой оптимизации планирования и управления // Сибирская финансовая школа. 2012. № 2. С. 94–100.
2. Воловник А.Д., Силкин А.Ю. Кластеризация контрагентов как инструмент формализации управленческих решений в области ценообразования. Мурманск-Ижевск: Изд-во Кольского НЦ РАН, 2005. 101 с.
3. Лученко К.Л. Экономико-математическая модель денежных потоков банка при кредитовании малого предприятия // Финансовый журнал. 2011. № 2. С. 105–116.
4. Новиков М.О. Математическая модель информационной сети банка с изменяющейся топологией // Транспортное дело России. 2013. № 6. С. 99.
5. Семенчин Е.А., Шаталова А.Ю. Математическая модель максимизации прибыли, получаемой банком за счет реализации инвестиционных проектов // Фундаментальные исследования. 2012. № 6-1. С. 258–262.
6. Тимофеев Н.А. Математическая модель винтажного анализа кредитного портфеля банка // Вестник Уральского государственного университета путей сообщения. 2011. № 1. С. 86–92.
7. Титоренко Г.А. Автоматизированные информационные технологии в экономике: учебник. М.: ЮНИТИ, 2005. 399 с.
8. Филиппова А.С. Экономико-математическое моделирование динамики состояния систем поддержки принятия решений в банковской деятельности // Вестник Челябинского государственного университета. 2015. № 12(367). С. 103–111.
9. Фурса А.А. Методы оценки достаточности численности персонала по обслуживанию клиентов физических лиц в подразделениях коммерческого банка // Научно-технические ведомости СПбГПУ Серия «Экономические науки». 2011. № 2. С. 160–163.
10. Шориков А.Ф. Минимаксное оценивание и управление в дискретных динамических системах. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 1997. 242 с.
11. Babenko V.A. Formation of Economic-Mathematical Model for Process Dynamics of Innovative Technologies Management at Agroindustrial Enterprises // Actual Problems of Economics. 2013. No. 1 (139). P. 182–186.
12. Brigham E.F. Fundamentals of Financial Management: Sixth Edition. NY: Dryden Press, 1992. 742 p.
13. Jones R.C., Morrison S.R., Whiteman R.P. Helping to Plan a Bank’s Manpower Resources // Operational Research Quarterly. 1973. Vol. 24, No. 3. P. 365–374.
14. Oliveira C.V., Tabak B.M. An International Comparison of Banking Sectors: A DEA approach // Global Economic Review. 2005. Vol. 34, Iss. 3. P. 291–307.
15. Shorikov A.F., Babenko V.A. Optimization of Assured Result in Dynamical Model of Management of Innovation Process in the Enterprise of Agricultural Production Complex // Economy of Region. 2014. No. 1. P. 196–202.
16. Yeh Q.-J. The Application of Data Envelopment Analysis in Conjunction with Financial Ratios for Bank Performance Evaluation // Journal of the Operational Research Society. 1996. Vol. 47, No. 8. P. 980–988.

Shorikov A.F.
Ural Federal University
named after the First President of Russia B.N. Yeltsin,
Ekaterinburg, Russia
Filippova A.S.
Ural Federal University
named after the First President of Russia B.N. Yeltsin,
Ekaterinburg, Russia

APPLICATION OF DYNAMIC ECONOMIC-MATHEMATICAL MODELING FOR SOLVING THE PROBLEM OF OPTIMIZATION THE PROCESS OF MANAGING THE NUMBER OF EMPLOYEES OF THE BANKING ORGANIZATION

Abstract. The article considers topical issues of managing the process of optimizing the number of employees in a banking organization. To solve the problems of optimizing the number of employees of the retail department of the bank, it is proposed to use dynamic economic and mathematical modeling that takes into account the presence of control actions, uncontrolled parameters (risks, modeling errors and other factors), and information deficit. The use of this model is a tool for increasing the economic efficiency and competitiveness of the banking business. The existing approaches to solving problems of banking management by developing economic and mathematical models amid uncertainty are usually based on static models and employ the stochastic modeling apparatus, which requires knowledge of the probabilistic characteristics of the basic parameters of the model. In this case, its use requires very stringent conditions, which in practice are most often not feasible. The novelty of this article is the development of a new deterministic dynamic economic-mathematical model for making a decision as to the need to increase or decrease the staff of the commercial bank's retail unit and a method of solving it. The paper outlines the main stages in the development of the proposed dynamic model. A practical case is considered that provides an algorithm for solving the optimization problem; all the results obtained are illustrated; their analysis is analyzed, and the optimal solution is chosen. The aim of the research is achieved: the proposed economic and mathematical modeling makes it possible to optimize the process of managing the number of personnel of the retail unit of the bank, which is one of the ways to increase the competitiveness of the credit institution. On the basis of the proposed dynamic model, it is possible to solve other tasks of optimizing the management of processes that determine banking activity and develop computer information systems to support the adoption of managerial decisions.

Key words: economic-mathematical modeling; optimization of the process; dynamic modeling; optimal solution; increasing the efficiency; banking processes.

References

1. Vinogradova, E.Iu. (2012). Model' upravleniia razvitiem khoziaistvuiushchego sub''ekta dlia resheniia zadach mnogotselevoi optimizatsii planirovaniia i upravleniia (Management model for the development of managing subject for the decision of problems of multi-

purpose optimisation of planning and management). *Sibirskaia finansovaia shkola (Siberian Financial School),* No. 2, 94–100.

2. Volovnik, A.D., Silkin, A.Iu. (2005). *Klasterizatsiia kontragentov kak instrument formalizatsii upravlencheskikh reshenii v oblasti tsenoobrazovaniia [Clusterization of contractual partners as an instrument for formalization of managerial decisions in pricing]*. Murmansk-Izhevsk: Kola Scientific Centre of RAS Press.
3. Luchenko, K.L. (2011). Ekonomiko-matematicheskaia model' denezhnykh potokov banka pri kreditovanii malogo predpriiatiia (Loan Issuing to Small Enterprises and the Banks' Cashflow: A Mathematical Model). *Finansovyi zhurnal (Financial Journal)*, No. 2, 105–116.
4. Novikov, M.O. (2013). Matematicheskaia model' informatsionnoi seti banka s izmeniaiushcheisia topologiei (Mathematical Model of Information with the Bank's Network Topology Changes). *Transportnoe delo Rossii (Transport Business in Russia),* No. 6, 99.
5. Semenchin, E.A., Shatalova, A. Iu. (2012). Matematicheskaia model' maksimizatsii pribyli, poluchaemoi bankom za schet realizatsii investitsionnykh proektov (Mathematical model of profit maximization received by the bank through the implementation of investment projects). *Fundamental'nye issledovaniia (Fundamental Research),* No. 6-1, 258–262.
6. Timofeev, N.A. (2011). Matematicheskaia model' vintazhnogo analiza kreditnogo portfelia banka (Mathematical model of vintage analysis of bank advances portfolio). *Vestnik Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta putei soobshcheniia (Herald of the Ural State Universityof Railway Transport)*, No. 1, 86–92
7. Titorenko, G.A. (2005). *Avtomatizirovannye informatsionnye tekhnologii v ekonomike [Automated Information Technologies in the Economy].* Moscow, IuNITI.
8. Filippova, A.S. (2015). Ekonomiko-matematicheskoe modelirovanie dinamiki sostoianiia sistem podderzhki priniatiia reshenii v bankovskoi deiatel'nosti (Economic-Mathematical Modeling of Dynamics of States of Decision Support Systems In Banking Business). *Vestnik cheliabinskogo gosudarstvennogo universiteta (CSU Bulletin),* No. 12 (367), 103–111.
9. Fursa, A.A. (2011). Metody otsenki dostatochnosti chislennosti personala po obsluzhivaniiu klientov fizicheskikh lits v podrazdeleniiakh kommercheskogo banka (Methods of estimation of sufficiency of quantity of staff busy with serving individuals in commercial bank's departments). *Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPbGPU Seriia «Ekonomicheskie nauki» (St Petersburg State Polytechnical University Journal. Economics),* No. 2, 160–163.
10. Shorikov, A.F. (1997). *Minimaksnoe otsenivanie i upravlenie v diskretnykh dinamicheskikh sistemakh [Minimax estimation and control in discrete dynamic systems]*. Ekaterinburg, Urals University Press.
11. Babenko, V.A. (2013). Formation of Economic-Mathematical Model for Process Dynamics of Innovative Technologies Management at Agroindustrial Enterprises. *Actual Problems of Economics,* No. 1 (139), 182–186.

12. Brigham, E.F. (1992). *Fundamentals of Financial Management: Sixth Edition.* NY, Dryden Press, 742.
13. Jones, R.C., Morrison, S.R., Whiteman, R.P. (1973). Helping to Plan a Bank's Manpower Resources. *Operational Research Quarterly,* Vol. 24, No. 3, 365–374.
14. Oliveira, C.V., Tabak, B.M. (2005). An International Comparison of Banking Sectors: A DEA approach. *Global Economic Review,* Vol. 34, Issue 3, 291–307.
15. Shorikov, A.F., Babenko, V.A. (2014). Optimization of Assured Result in Dynamical Model of Management of Innovation Process in the Enterprise of Agricultural Production Complex. *Economy of Region,* No. 1, 196–202.
16. Yeh, Q.-J. (1996). The Application of Data Envelopment Analysis in Conjunction with Financial Ratios for Bank Performance Evaluation. *Journal of the Operational Research Society,* Vol. 47, No. 8, 980–988.

Information about the authors

Shorikov Andrey Fedorovich – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Department of Applied Mathematics, Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin, Ekaterinburg, Russia (620002, Ekaterinburg, Mira street, 19); e-mail: afshorikov@mail.ru.

Filippova Anna Sergeevna – Post-Graduate Student, Department of Applied Mathematics, Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin, Ekaterinburg, Russia (620002, Ekaterinburg, Mira street, 19); e-mail: filippova-as@yandex.ru.

Для цитирования: Шориков А.Ф., Филиппова А.С. Применение динамического экономико-математического моделирования для решения задачи оптимизации процесса управления численностью сотрудников банковской организации // Вестник УрФУ. Серия экономика и управление. 2017. Т. 16, № 5. С. 779–802. DOI: 10.15826/vestnik.2017.16.5.038.

For Citation: Shorikov A.F., Filippova A.S. Application of Dynamic Economic-Mathematical Modeling for Solving the Problem of Optimization the Process of Managing the Number of Employees of the Banking Organization. *Bulletin of Ural Federal University. Series Economics and Management,* 2017, Vol. 16, No. 5, 779–802. DOI: 10.15826/vestnik.2017.16.5.038.

Информация о статье: дата поступления 11 мая 2017 г.; дата принятия к печати 22 июля 2017 г.

Article Info: Received May 11, 2017; Accepted July 22, 2017.