

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Л.Г. Зайковская, магистр,
Р.М. Нижегородцев, д-р экон. наук, профессор,
З.Р. Хакимов, ¹
г. Москва

НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕГРЕССИОННЫЕ МЕТОДЫ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ПРОДУКТОВ

Статья посвящена обсуждению параметрических методов ценообразования информационных продуктов, реализуемых при помощи регрессионного анализа. Особое внимание уделяется нелинейным регрессионным моделям и их сопоставлению с аналогичными линейными моделями. Приводятся примеры нелинейных регрессионных моделей параметрического ценообразования MP3-плееров и процессоров.

Ключевые слова: ценообразование, информационные продукты, нелинейные регрессионные методы.

Параметрические модели цены применяются при ценообразовании моделей новой техники и других информационных продуктов, имеющих предшествующие аналоги, и выражают взаимную связь между стоимостными и техническими характеристиками информационного продукта [1]. Основная идея этих моделей заключается в том, чтобы представить цену информационного продукта как функцию некоторых технических параметров и благодаря этому оценить возможный уровень цены новой техники, зная цены ее предшествующих аналогов.

Параметрические модели цены исходят из того факта, что между основными техническими параметрами (натуральными показателями, характеризующими функциональные возможности новой техники одного и того же вида) и ценой этой новой техники существует определенная связь, которая подлежит выявлению на основе регрессионного анализа статистических данных. В результате такого анализа оказывается возможным выписать некую зависимость, выражающую цену информационного продукта как функцию его основных технических параметров. Подставляя в эту функцию количественные параметры созданного образца новой техники, можно определить предполагаемый уровень его стартовой цены.

В некоторых случаях возможно выделить даже не группу параметров, а один основной технический параметр (технологически значимый результат), соответствующий функциональному

¹ Зайковская Людмила Геннадьевна – магистр менеджмента, соискатель Института проблем управления РАН; e-mail: lugeza@rambler.ru
Нижегородцев Роберт Михайлович – доктор экономических наук, профессор, главный научный сотрудник Института проблем управления РАН; e-mail: bell44@rambler.ru
Хакимов Зуфар Радикович – магистрант Московского авиационного института; e-mail: zufar@hotmail.ru

назначению техники данного вида. Например, для измерительного прибора это может быть точность измерения (разрешающая способность), для прессы — поверхность прессования и т.д. Во многих подобных случаях эконометрический анализ позволяет утверждать, что цены новых продуктов и их основные технические параметры связаны соотношениями вида

$$Y = aX^b$$

или

$$Y = ae^{bX},$$

где Y — отношение цен двух образцов новой техники одного и того же вида;

X — отношение значений их основного технического параметра;

a и b — константы, находимые методами эконометрического анализа.

На самом деле приведенные формулы выражают факт убывающей производительности капитала, вытекающий из приближения рассматриваемых видов технологии к своему технологическому пределу. Если та или иная техническая система развивается на основе одного и того же технологического принципа, то с достижением некоторого уровня ее развития себестоимость новых ее моделей растет как степенная, а затем — как показательная функция ее эффективности. Данный принцип, связывающий ценообразование технологий с определенным технико-экономическим показателем, получил название **закона Гроша** по имени американского исследователя рынка компьютерных систем, подметившего соответствующую закономерность.

Однако этот принцип верен лишь для технических систем, развивающихся на неизменной технологической основе. Переход к новым технологическим принципам и решениям выводит техническую систему на новую логистическую кривую,

и при таком качественном переходе данный закон ценообразования уже не имеет места: как и всякий закон, основанный на количественном соизмерении, он выполняется лишь в предположении однородности *качества*, выступающего основой этого соизмерения.

Строго говоря, закон Гроша есть не что иное, как частный случай закона возрастания энтропии в замкнутых системах, причем в роли такой системы в данном случае выступает технологический уклад. Переход к новым технологическим принципам означает внесение информации в данную систему и позволяет противостоять энтропии, скачкообразно увеличивая эффект, получаемый на единицу сделанных затрат. Из данной закономерности ценообразования вытекает важный вывод, который заключается в том, что инвестиционная поддержка стареющих технологических укладов в силу объективных причин не может привести к сколько-нибудь значительной отдаче и автоматически закладывает в макроэкономические показатели развития страны нарастание инфляции издержек [2, 3]. Этот факт многократно проверен опытом экономической динамики большинства стран мира, в том числе и России.

Разнообразие хозяйственных процессов, которые призвана оптимизировать цена информационного продукта, предопределяет и разнообразие методик параметрического ценообразования [4]. Целый ряд методик основан на расчете некоторого совокупного, интегрального показателя (иногда его условно называют *конкурентоспособностью* новой техники) как функции ее основных технических параметров.

Параметрические модели ценообразования могут быть применены лишь к тем образцам информационных продуктов, которые имеют сходные по назначению аналоги. Ситуации, свя-

занные с технологическими скачками, остаются за пределами внимания параметрических моделей цены, которые рассматривают любые технологические решения в некотором смысле как аналогии прежних.

Пример 1. Рассмотрим ценообразование MP3-плееров. В качестве значимых технических параметров, от которых должна зависеть цена данного продукта, выберем объем встроенной

памяти, наличие диктофона, видеопроигрывателя, FM-тюнера (последние три параметра представляют собой дамми-переменные), вес и максимальное время работы.

Рассмотрим исходные данные о среднерыночных ценах и технических параметрах различных моделей MP3-плееров в Интернет-магазинах электроники Москвы по состоянию на зиму 2008–2009 годов (табл. 1).

Таблица 1

Данные о ценах и технических параметрах различных моделей MP3-плееров

Модель	ЦЕНА (руб.)	Объем встроенной памяти (Гб)	Проигрывание видео	Диктофон	FM-тюнер	Вес	Максимальное время работы (ч)
BVK V9N 4Gb	3384	4	1	0	0	59	11
BVK V3N 4Gb	3191	4	1	0	0	66	11
Nexx NF-920 4Gb	2951	4	1	0	0	40	10
Archos 504 80 Gb	9091	80	1	0	1	315	17
Cowon D2 8Gb	7225	8	1	1	0	91	52
Sony NWZ-A818BLK	6041	8	1	1	1	53	35
Samsung YP-T10 8Gb	5791	8	1	1	0	43	30
Ritmix RF-4000 4Gb	2010	4	1	0	0	36	13
Sony NWZ-A816BLK	4601	4	1	1	1	53	35
Sony NWD-B105F	2491	2	0	0	0	30	12
Samsung YP-P2 8Gb	7327	8	1	1	0	79	35
Cowon D2 4Gb	6101	4	1	0	0	91	52
iRiver E-10 6GB	3798	6	1	0	0	76	32
Samsung YP-T10 4Gb	4091	4	1	0	0	43	30
Samsung YP-T10 2Gb	3191	2	1	0	0	43	30
Apple iPod classic 160Gb	11632	160	1	1	1	162	40
Apple iPod classic 80Gb	9502	80	1	1	1	40	30
Apple iPod nano 4Gb	5491	4	1	1	1	49	24
Apple iPod nano 8Gb	7027	8	1	1	1	49	24

Анализ коэффициентов парной корреляции (см. табл. 2) свидетельствует о том, что цена сильно связана со всеми техническими параметрами, за исключением наличия видеопроигрывателя. В дальнейшем этот параметр рассматривать не будем.

Предполагая, что зависимости между ценой и выделенными параметрами линейные, построим регрессионную модель цены в пакете Statistica. Применяя метод последовательного включения-исключения переменных, приходим к линейной регрессионной параметрической модели цены:

$$Y = 1769,880 + 30,030 \cdot X_1 + 2171,379 \cdot X_2 + 12,654 \cdot X_3 + 41,587 \cdot X_4, \quad (1)$$

где X_1 – объем встроенной памяти,
 X_2 – диктофон,
 X_3 – вес,
 X_4 – максимальное время работы.

Ее эконометрические характеристики представлены в табл. 3.

Весьма высокий коэффициент детерминации (92 %) свидетельствует о высокой объясняющей способности модели, а низкие значения *p-level* позволяют судить о том, что все параметры, участвующие в ней, значимы.

Таблица 2

Матрица коэффициентов парной корреляции выделенных параметров

Correlations (Spreadsheet1.sta) Marked correlations are significant at p < ,05000 N=19 (Casewise deletion of missing data)							
	ЦЕНА (руб.)	Объем встр. памяти (Гб)	Проигрывание видео	Диктофон	FM-тюнер	Вес	Макс. время работы (ч)
ЦЕНА (руб.)	1,00	0,80	0,28	0,61	0,63	0,58	0,51
Объем встр. памяти (Гб)	0,80	1,00	0,11	0,26	0,53	0,60	0,16
Проигрывание видео	0,28	0,11	1,00	0,22	0,18	0,16	0,29
Диктофон	0,61	0,26	0,22	1,00	0,59	-0,09	0,48
FM-тюнер	0,63	0,53	0,18	0,59	1,00	0,34	0,11
Вес	0,58	0,60	0,16	-0,09	0,34	1,00	0,08
Макс. время работы (ч)	0,51	0,16	0,29	0,48	0,11	0,08	1,00

Таблица 3

Эконометрические характеристики модели (1)

Regression Summary for Dependent Variable: ЦЕНА (руб.) (Spreadsheet1.sta) R= ,96025693
 R?= ,92209337 Adjusted R?= ,89983433 F(4,14)=41,426 p Std. error of estimate 832,18

	Beta	Std.Err.	B	Std.Err.	t(14)	p-level
Intercept			1769,880	509,2380	3,475546	0,003711
Объем встр. памяти (Гб)	0,469244	0,101589	30,030	6,5013	4,619065	0,000398
Диктофон	0,423628	0,092501	2171,379	474,1308	4,579705	0,000429
Вес	0,315626	0,099402	12,654	3,9853	3,175236	0,006745
Макс. время работы (ч)	0,204413	0,086008	41,587	17,4980	2,376666	0,032278

Для проверки возьмем шесть моделей MP3-плееров, не участвовавших в построении регрессионной модели, и рассчитаем их цену по найденной формуле, сопоставляя ее с реальной ценой в Интернет-магазине (табл. 4).

В последнем столбце таблицы приведены относительные отклонения расчетной цены от фактической. В последних двух моделях значительное расхождение объясняется тем, что это новинки и по отношению к ним фирмы-производители придерживаются стратегии снятия сливок.

Проводя более тонкий регрессионный анализ по каждому параметру, можно выяснить, что наиболее тесная зависимость цены от объема встро-

енной памяти – логарифмическая, от максимального времени работы – гиперболическая, остальные зависимости линейные.

С учетом найденных зависимостей строим таблицу, аналогичную табл. 2, в которой вместо объема встроенной памяти участвует его логарифм, а вместо максимального времени работы – обратная ему величина.

Производя регрессионный анализ, получаем линейную регрессионную модель, в которой некоторые параметры участвуют нелинейным образом:

$$Y = 2656,3 + 3014 \cdot \log(X_1) + 1383,5 \cdot X_2 + 7,2 \cdot X_3 - 20721,4 / X_4, \quad (2)$$

где X_1 – объем встроенной памяти, X_2 – диктофон,

Таблица 4

Проверка результатов расчета регрессионной модели (1) по независимым наблюдениям

Модель	X_1	X_2	X_3	X_4	Цена расчетная	Цена Интернет-магазина	δ_y
Sony NWZ-A729	16	1	58	36	6652,803	8245	-0,19311
iRiver E-100 4GB	4	0	59	17	3343,565	3619	-0,07611
Sony NWZ-A728	8	1	58	36	6412,563	5738	0,117561
iRiver E-100 8Gb	8	0	59	18	3505,272	4681	-0,25117
Apple iPod touch 32Gb	32	1	120	22	7335,613	15055	-0,51275
Apple iPod touch 16Gb	16	1	120	22	6855,133	14223	-0,51802

Таблица 5

Эконометрические характеристики модели (2)

Regression Summary for Dependent Variable: ЦЕНА (руб.) (Spreadsheet1.sta) R= ,96845876 R²= ,93791237 Adjusted R²= ,92017304 F(4,14)=52,872 p Std. error of estimate 742,91						
	Beta	Std.Err.	B	Std.Err.	t(14)	p-level
Intercept			2656,3	632,001	4,20293	0,000885
Объем встр. памяти (Гб)	0,613020	0,109297	3014,0	537,375	5,60875	0,000064
Макс. время работы (ч)	-0,212729	0,083581	-20721,4	8141,443	-2,54518	0,023335
Диктофон	0,269915	0,098622	1383,5	505,504	2,73687	0,016053
Вес	0,179799	0,102508	7,2	4,110	1,75399	0,101286

X_3 – вес,

X_4 – максимальное время работы.

Эконометрические характеристики этой модели представлены в табл. 5.

Эта модель имеет чуть более высокий R^2 (почти 94 %), а параметр «вес» характеризуется несколько более высоким значением p -level.

Организуем проверку полученной модели (2) по тем же самым шести независимым наблюдениям. Результаты проверки, отраженные в табл. 6, показывают, что она несколько лучше, чем линейная модель (1), позволяет спрогнозировать уровень цены MP3-плееров.

Пример 2. Рассмотрим параметрическое ценообразование процессоров. В качестве исходных данных возьмем данные о технических характеристиках различных моделей процессоров [5], а также их среднерыночные цены по состоянию на февраль 2009 г. в Москве.

В результате корреляционного анализа оставляем 5 параметров: X_1 — частота ядра (в гигагерцах), X_2 — размер

L_2 кэш, X_3 — технология производства (в нанометрах), X_4 и X_5 — дамми-переменные, выражающие принадлежность рассматриваемых моделей к известным брендам Athlon и Core Duo соответственно.

Исходные данные для проведения регрессионного анализа представлены в табл. 7.

Строим корреляционную матрицу и, применяя метод последовательного включения-исключения переменных, убеждаемся в том, что переменную X_3 нужно исключить из рассмотрения.

Окончательный вариант модели выглядит так:

$$Y = -157 + 123 \cdot X_1 - 7 \cdot X_2 - 41 \cdot X_4 + 29 \cdot X_5, \quad (3)$$

а ее эконометрические характеристики представлены в табл. 8.

При весьма высоком коэффициенте детерминации (почти 96%) все параметры регрессии значимы с уровнем доверия 0,1.

Таблица 6

Проверка результатов расчета регрессионной модели (2) по независимым наблюдениям

	X_1	X_2	X_3	X_4	Цена расчетная	Цена Интернет-магазина	δ_y
Sony NWZ-A729	16	1	58	36	7511,023	8245	-0,08902
iRiver E-100 4GB	4	0	59	17	3676,803	3619	0,015972
Sony NWZ-A728	8	1	58	36	6603,719	5738	0,150875
iRiver E-100 8Gb	8	0	59	18	4651,824	4681	-0,00623
Apple iPod touch 32Gb	32	1	120	22	8498,44	15055	-0,43551
Apple iPod touch 16Gb	16	1	120	22	7591,136	14223	-0,46628

Таблица 7

Исходные данные для регрессионного анализа цены процессоров

Номер модели	Цена	Частота ядра, ГГц	L_2 кэш	Технол. пр-ва, нм	Бренд Athlon	Бренд Core Duo
1	178	3,2	2	90	1	0
2	167	3	2	90	1	0
3	146	2,8	2	90	1	0
4	125	2,7	1	65	1	0
5	104	2,6	1	65	1	0
6	89	2,5	1	65	1	0
7	78	2,3	1	65	1	0
8	68	2,2	1	65	1	0
9	266	3,16	1	45	0	1
10	183	3	6	45	0	1
11	163	2,66	6	45	0	1
12	133	2,4	6	65	0	1
13	113	2,2	2	65	0	1
14	84	2,2	2	65	0	0
15	74	2	1	65	0	0
16	64	1,8	1	65	0	0
17	53	1,6	0,5	65	0	0

Таблица 8

Эконометрические характеристики модели (3)

(Regression Summary for Dependent Variable: Y (Данные по процессорам)

$R = 0,97930903$ $R^2 = 0,95904618$ Adjusted $R^2 = 0,94415388$

$F(4,11) = 64,399$ $p < 0,00000$ Std.Error of estimate: 13,379)

	Beta	Std.Err.	B	Std.Err.	t(11)	p-level
Intercept			-157,129	21,86979	-7,18477	0,000018
X_1	1,039952	0,093288	123,281	11,05891	11,14771	0,000000
X_2	-0,254570	0,087926	-7,427	2,56521	-2,89529	0,014567
X_4	-0,376435	0,110887	-41,596	12,25295	-3,39478	0,005984
X_5	0,245514	0,119452	29,035	14,12686	2,05533	0,064381

Таблица 9

Эконометрические характеристики однопараметрической степенной модели

(Regression Summary for Dependent Variable: Y^* (Данные по процессорам)

$R = 0,91581285$ $R^2 = 0,83871318$ Adjusted $R^2 = 0,82719270$

$F(1,14) = 72,802$ $p < 0,00000$ Std.Error of estimate: 0,18727)

	Beta	Std.Err.	B	Std.Err.	t(14)	p-level
Intercept			2,899853	0,220637	13,14310	0,000000
X_1	0,915813	0,107334	2,047557	0,239974	8,53240	0,000001

Пользуясь идеей закона Гроша, будем искать регрессионную формулу в степенном виде. Оказывается, что даже простейший вариант этой модели $Y = b \cdot X_1^\alpha$ приносит коэффициент детерминации, равный почти 84 %, при значимых и интерпретируемых параметрах регрессии (табл. 9).

Итоговый вариант этой модели таков:

$$Y = 18 \cdot X_1^{2.04}$$

Наилучшие результаты, реализующие данную идею, дает модель вида

$$Y = b \cdot X_1^\alpha \cdot X_2^\beta \cdot X_3^\gamma \cdot (X_5 + 1)^\mu$$

Проводя соответствующий регрессионный анализ, получаем

$$Y = 6.67 \cdot X_1^{1.86} \cdot X_2^{-0.06} \cdot X_3^{0.25} (X_5 + 1)^{0.65} \quad (4)$$

Эконометрические характеристики показывают (табл. 10), что при высоком R^2 (почти 95%) не вполне очевидна степень доверия к коэффициентам при X_2 и X_3 .

Не вдаваясь в детали полученных результатов, заметим, что высокие значения коэффициента детерминации регрессионных моделей, сделанных по всей совокупности наблюдений, дают

основания думать, что модели разных фирм-производителей можно рассматривать как однородную выборку.

Из полученных результатов можно сделать вывод о том, что частота процессора является основным параметром, на основании которого формируется цена. Здесь же можно отметить, что цена более производительных процессоров завышена, причем это справедливо для процессоров разных фирм. Это можно объяснить тем, что более производительные процессоры являются новинками рынка и производитель продает их по более высокой цене (по сравнению с расчетной ценой, обусловленной их техническими характеристиками), применяя стратегию снятия сливок.

Построение регрессионных моделей показывает, что на основании технических параметров наукоемкой продукции можно с достаточно высокой точностью предсказать разумный уровень ее стартовой цены, зная цены и технические параметры ее предшествующих аналогов. При этом нелинейные регрессионные модели как инструмент параметрического ценообразования не только не уступают линейным, но и в ряде случаев их превосходят, поскольку способны точнее отразить наблюдаемую связь между ценой и техническими параметрами информационных продуктов.

Таблица 10

Эконометрические характеристики модели (4)

(Regression Summary for Dependent Variable: Y (Данные по процессорам)

R= 0,97448670 R²= 0,94962434 Adjusted R²= 0,93130591

F(4,11)=51,840 p<0,00000 Std.Error of estimate: 0,11807)

	Beta	Std.Err.	B	Std.Err.	t(11)	p-level
Intercept			1,899164	0,862850	2,20104	0,049996
X_1	0,832429	0,076595	1,861129	0,171249	10,86795	0,000000
X_2	-0,111448	0,101756	-0,067231	0,061384	-1,09525	0,296808
X_3	0,123885	0,099904	0,254311	0,205083	1,24004	0,240761
X_5	0,485772	0,127946	0,659492	0,173702	3,79669	0,002960

Список использованных источников

1. Заставский А.И., Кальварский Г.В., Корнеев Б.Ф., Молчанов Н.Н., Мотовилов О.В. Научно-техническая деятельность в условиях рынка (вопросы финансирования и ценообразования на наукоемкую продукцию). Л., 1991.
2. Нижегородцев Р.М. Технико-экономическая динамика и проблемы макроэкономической стабилизации в России. М.: Ин-т экономики РАН, 1998. 40 с.
3. Нижегородцев Р.М. Инновационные механизмы преодоления инфляционных тенденций в макроэкономической системе// Новое качество экономического роста: инновации, инвестиции, конкурентоспособность: Сб-к материалов Международной научно-практической конференции 25-26 октября 2007 г. Минск: Право и экономика, 2007. С. 209–211.
4. Нижегородцев Р.М. Информационная экономика. Книга 2. Управление беспорядком: Экономические основы производства и обращения информации. Москва– Кострома, 2002. 173 с.
5. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.winsbs.ru>