

# ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

---

Л.А Серков, канд. физ.-мат. наук, доц.<sup>1</sup>  
г. Екатеринбург

## СИНЕРГЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССАМИ САМООРГАНИЗАЦИИ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

В статье рассматриваются условия и принципы функционирования вузов как самоорганизующихся систем на основе трехпараметрической модели при наличии положительной и отрицательной обратных связей. Показано, что постоянный компромисс между этими видами связей ответственен за протекание процессов самоорганизации в образовательных системах.

**Ключевые слова:** синергетический подход, самоорганизация, образовательная система, математическое моделирование, эволюция системы.

Образовательные учреждения, как и любые экономические объекты, обладают способностями к самоорганизации, поэтому представляется перспективным синергетический подход к управлению качеством образования – через распознавание, анализ, прогнозирование и управление процессами самоорганизации. Этот подход является главной составной частью системного управления вузом и предполагает рассмотрение системы управления организацией как целостной совокупности элементов. Образовательное учреждение – это открытая система взаимодействующих и управляемых частей (подразделений, людей и т. д.), работающая с определенной стратегией, миссией и имеющая в своем распоряжении определенные ограниченные ресурсы [1].

В рамках синергетического подхода для всякой системы на концептуальном уровне можно определить некоторые переменные – параметры порядка, позволяющие описать ее сложное поведение достаточно простым образом (минимальным числом уравнений), а также выбрать определенные контролирующие параметры, при изменении которых существенно меняется макроскопическое поведение системы. Параметры порядка подчиняют поведение отдельных элементов системы – в этом выражается введенный Г. Хакеном принцип подчинения быстрых мод медленным [2].

Под самоорганизацией по Г. Хакену понимается свойство открытой диссипативной системы обретать пространственную, временную или функциональную структуру без «специфического воздействия извне», т.е. воздействия, навязывающего системе структуру или функционирование. В случае же самоорганизации система испытывает извне «неспецифическое воздействие», в том числе и в виде флуктуаций параметров

---

<sup>1</sup> Серков Леонид Александрович – кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий отделом качества образования и научных исследований, доцент кафедры информатики Европейско-Азиатского института управления и предпринимательства; e-mail: kpkg94@mail.ru.

среды. В основе самоорганизации образовательных систем лежит стремление обеспечить многообразие реакций, адекватное многообразию внешних воздействий рынка образования (без учета политических и экономических факторов), при котором любое образовательное учреждение может проводить осознанную стратегию достижения целей. Для самоорганизации, как процесса развития системы, характерны два принципа:

- принцип отрицательной обратной связи, показывающий, как поддерживается спонтанно возникающий порядок;
- принцип положительной обратной связи, согласно которому прогрессивные изменения, возникающие в системе, не подавляются, а накапливаются и усиливаются.

При этом для эволюции системы важно не столько наличие этих обратных связей, сколько конкуренция между ними. Постоянный компромисс между положительной и отрицательной обратной связью реализуется посредством структурных изменений, усиления неравновесности и выходом системы на новый уровень развития.

Целью предлагаемой публикации является описание в рамках модельного подхода процесса самоорганизации в образовательных системах. Кроме того, одной из целей является также доказательство утверждения, что движущей силой самоорганизации является именно наличие компромисса между отрицательной и положительной обратной связью, являющихся необходимым атрибутом образовательных систем. Исследуемая модель на качественном уровне описывает условия эффективного функционирования образовательной системы и возможность управления процессами самоорганизации. Подчеркнем также, что кроме чисто методологического значения предлагаемая модель достаточно

реалистична и может использоваться для объяснения многих закономерностей анализируемых процессов.

Прежде чем сформулировать модель, отметим, что с введением новой версии стандартов серии ИСО 9000:2000 наряду со статистическими методами при разработке моделей информационных систем должны использоваться математические методы системного анализа, включая методы теории исследования операций и общей теории управления. При использовании этих методов необходимо учитывать то, что главным потребительским свойством образовательной услуги является ее качество.

Качество специалиста – это многофакторная характеристика, причем каждая профессия предъявляет свои требования к каждому из факторов. В рамках общей теории управления качество специалиста данной профессии может быть описано вектором  $\vec{Q}(t)$ . Требования к качеству профессионализации можно сформулировать в виде условного неравенства  $\vec{Q}(t) \geq \vec{Q}_{\min}(t)$ , где  $\vec{Q}_{\min}(t)$  – вектор, координаты которого состоят из минимально допустимых показателей факторов. Неравенство означает, что каждая координата вектора  $\vec{Q}(t)$  должна быть не меньше соответствующей координаты вектора  $\vec{Q}_{\min}(t)$ . Качество обучаемого  $\vec{Q}(t)$  в момент времени  $t$  определяется качеством  $\vec{q}(\tau)$  учебного процесса на всем предшествующем интервале времени  $\tau < t$ , а усвоение учебного материала зависит от свойств  $\vec{Q}(\tau)$  личности в момент времени  $\tau$ , поэтому вектор качества обучаемого – это функционал:

$$\vec{Q}(t) = \vec{Q}(t_0) + \int_{t_0}^t \vec{F}(\tau, \vec{q}(\tau), \vec{Q}(\tau)) d\tau,$$

где  $\vec{F}(\tau, \vec{q}(\tau), \vec{Q}(\tau))$  – вектор, т. е. функция указанных переменных, отражающая становление специалиста в

ходе учебного процесса и подлежащая определению,  $t_0$  – момент поступления в учебное заведение. Управление  $\vec{u}(t)$  учебным процессом оказывает непосредственное влияние лишь на вектор качества учебного процесса  $\vec{q}(\tau)$ . Функционалы  $\bar{Q}(t)$  и  $\bar{q}(\tau)$  являются математическим воплощением модели качества подготовки специалистов [3], представленной на рис. 1. Некоторые попытки оценивания численных значений отдельных компонент этих функционалов  $\{Q_1, \dots, Q_p\}$ ,  $\{q_1, \dots, q_p\}$  методами квалиметрии представлены в работе [4].

При моделировании обратных связей следует учитывать, что образовательные системы, как правило, являются двухконтурными [5]. Внутренний контур обеспечивает управление качеством учебного процесса и содержит элемент

обратной связи, осуществляющий анализ качества учебного процесса (например, по системе SWOT). Внешний контур содержит элемент обратной связи, осуществляющий экспертизу качества подготовки и позволяет обеспечить управление качеством подготовки специалистов (рис. 1).

Таким образом, исходя из вышеприведенных высказываний и рис. 1 сформулируем нашу модель. В качестве объекта исследования модели выступает образовательное учреждение, состоящее из большого числа взаимодействующих подсистем и процессов. В уравнениях предлагаемой модели должны явно присутствовать слагаемые, соответствующие положительной и отрицательной обратным связям, являющимися, как уже говорилось выше, необходимым атри-

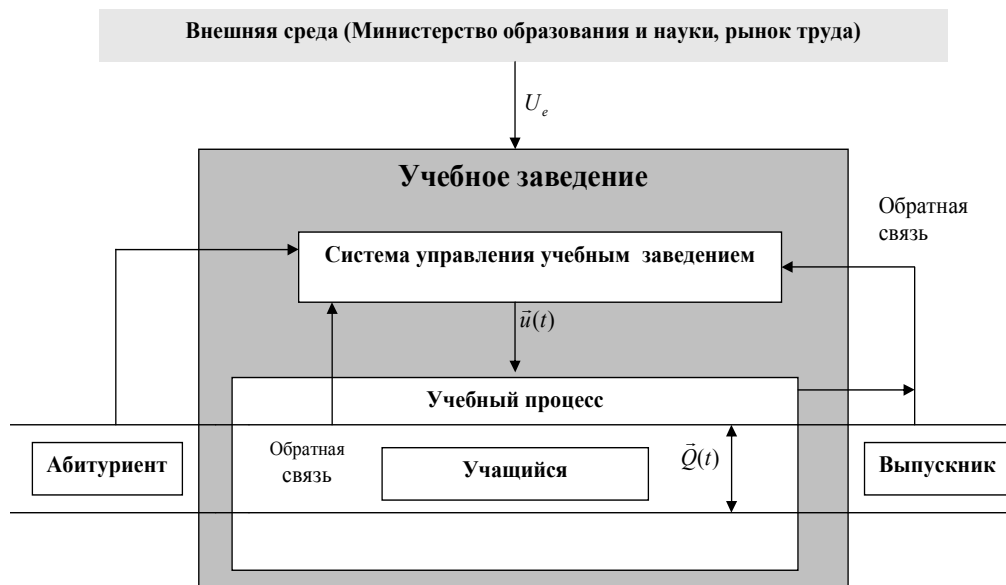


Рис.1. Модель качества подготовки специалистов

бутом образовательных систем. Объект исследования характеризуется следующими параметрами. В роли параметра порядка системы  $D$  выступает функция спроса  $D = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n; \{Q_1, \dots, Q_p\})$  на выпускников вуза, где  $D$  – объем спроса со стороны работодателей (считаем, что именно этот параметр определяет в первую очередь уровень качества образования и рейтинг учебного заведения). При этом  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – факторы спроса со стороны внешних потребителей (работодатели, предприятия, и т.д.),  $\{Q_1, \dots, Q_p\}$  – агрегированные компоненты вектора качества выпускников  $\vec{Q}(t)$ , отражающие такие категории, как «качество профессионализации», «качество обучения». При  $D = 0$  образовательное учреждение функционирует неэффективно (отсутствие спроса на выпускников со стороны потребителей), значение  $D > 0$  соответствует эффективному функционированию вуза. При этом считаем, что образовательные системы совершают интенсивный энергоинформационный обмен с рынком труда. В роли второго параметра  $S$ , характеризующего образовательную деятельность вуза, выступает производственная функция  $S = f_2(M, N)$ , где  $S$  – объем продукта образовательной системы,  $M$  – модель концепции образования (управления качеством),  $N$  – потенциал вуза (ресурсы, персонал, мощности и т. д.). При этом  $M = f_3[D(x_1, x_2, \dots, x_n; \{Q_1, \dots, Q_p\}), \{q_1, \dots, q_p\}]$ , где  $\{q_1, \dots, q_p\}$  – компоненты вектора качества учебного процесса  $\vec{q}(\tau)$ . Заметим, что использование производственной функции как характеристики образовательной деятельности вуза является не совсем тривиальным, но тем не менее это понятие используется рядом авторов [6]. Наконец, третьим параметром модели выступает управляющий

параметр  $U$ , связанный с качеством подготовки выпускников вуза, изменение которого приводит к самоорганизации системы. Так как основной характеристикой качества является его оптимальность, то управляющий параметр равен отношению модуля вектора качества специалиста, выпускаемого вузом  $\vec{Q}(t)$ , к агрегированному модулю вектора оптимального качества  $\vec{Q}^*(t)$  для вузов данной категории, т. е.  $U = |\vec{Q}(t)| / |\vec{Q}^*(t)|$ . В роли последнего, в грубом приближении, может выступать, например, отношение числа выпускников вуза, работающих по специальности, к среднему значению этого показателя для вузов данной категории.

Запишем уравнения модели для режима самоорганизации, вызванного взаимодействием системы с внешней средой. Для простоты рассматривается пространственно-однородная система. Уравнения модели имеют следующий вид:

$$D' = -a_1 \cdot D + a_2 \cdot S; \quad (1)$$

$$S' = -b_1 \cdot S + b_2 \cdot D \cdot S; \quad (2)$$

$$U' = -c_1 \cdot (U - U_e) - c_2 \cdot D \cdot S, \quad (3)$$

где  $D'$ ,  $S'$ ,  $U'$  – производные по времени. Первые члены уравнений (1)–(3) являются релаксационными и связаны с затуханиями спроса (коэффициент затухания  $a_1$ ), предложения (коэффициент  $b_1$ ) и управляющего параметра (коэффициент  $c_1$ ) по мере насыщения рынка труда специалистами соответствующего уровня. Второе слагаемое уравнения (1) связано с реакцией спроса на предложение выпускников ( $a_2$  – коэффициент спроса). Второй член уравнения (2) отражает наличие положительной обратной связи между спросом специалистов  $D$  и уровнем их качества ( $b_2$  – коэффици-

ент связи;  $U$  – управляющий параметр, регулирующий уровень качества). В третьем уравнении управляющий параметр релаксирует к стационарному значению  $U_e$  – значению управляющего параметра, обусловленного внешним воздействием среды и соответствующего требованиям рынка труда (рис.1). Наконец, второй член уравнения (3) отражает наличие отрицательной обратной связи ( $c_2$  – коэффициент связи), ограничивающей выпуск специалистов с неудовлетворительным уровнем качества.

В общем случае все коэффициенты в уравнениях (1)–(3) зависят от времени и факторов спроса и вектора качества выпускников. Рассмотрим идеализированный вариант модели, при котором эти коэффициенты являются положительными константами. Заметим, что подобная формализация модели, как будет показано ниже, не влияет на общность рассуждений. Все величины, входящие в уравнения (1)–(3), характеризуют поведение системы как целого, то есть представляют значения, усредненные по объему системы (ансамблю всех подсистем и процессов).

Самоорганизация осуществляется посредством структурных изменений и приводит к усилению неравновесности и выходу системы на новый уровень развития. Отметим также, что правые части уравнений (1), (2) отражают равенство спроса и предложения на выпускников определенного уровня подготовки в стационарном состоянии. Вид уравнений (1)–(3) совпадает с уравнениями Лоренца [7], записанными в перенормированных переменных. Запись уравнений Лоренца в форме (1)–(3) вызвана выделением в явном виде параметра  $U_e$ , отражающим связь системы с внешней средой

(в первую очередь с рынком труда) и влияющим на самоорганизацию. Этот параметр задает образовательной системе определенные критерии качества учебного процесса. Для дальнейших рассуждений удобнее записать уравнения (1)–(3) в форме:

$$\tau_D \cdot D' = -D + A_D \cdot S, \quad (4)$$

$$\tau_S \cdot S' = -S + A_S \cdot D \cdot U, \quad (5)$$

$$\tau_U \cdot U' = (U_e - U) - A_U \cdot S \cdot D, \quad (6)$$

где  $\tau_D = 1/a_1$ ,  $\tau_S = 1/b_1$ ,  $\tau_U = 1/c_1$  – времена релаксации соответствующих параметров к стационарному состоянию;

$A_D = a_2/a_1$ ,  $A_S = b_2/b_1$ ,  $A_U = c_2/c_1$  – положительные константы связи.

Совокупность самосогласованных синергетических уравнений (4)–(6) описывает эффекты самоорганизации в образовательной системе. Прежде чем анализировать эти уравнения, заметим, что последняя является открытой диссипативной системой, в которой скорость эволюции обычно принимается пропорциональной эффективной силе  $F(q, R) = \partial V(q, R) / \partial q$ , обусловленной наличием градиента потенциала. Эволюционное уравнение для такой диссипативной системы в многомерном пространстве состояний приобретает вид

$$\partial q / \partial t = \partial V(q, R) / \partial q = F(q, R), \quad (7)$$

где  $V(q, R)$  – эффективный (синергетический) потенциал системы;

$q(t)$  – многомерный вектор состояния системы;

$R$  – параметр управления.

Эволюция (самоорганизация) диссипативной системы определяется, таким образом, синергетическим потенциалом  $V(q, R)$ , явный вид которого можно определить лишь в рамках модельных представлений. При этом проблема реализации самоорганизующейся си-

стемой адекватного управления может быть сведена к проблеме формирования системой и окружающей средой соответствующего конечномерного притягивающего многообразия – аттрактора.

Для определения явного вида синергетического потенциала  $V(q, R)$  попытаемся упростить систему уравнений (4)–(6). Заметим при этом, что, руководствуясь приведенным в начале публикации принципом подчинения быстрых мод медленным, в зависимости от соотношения времен релаксации  $\tau_D, \tau_S, \tau_U$ , можно получить различные картины самоорганизации образовательных систем. Мы рассмотрим случай адиабатического приближения –  $\tau_S, \tau_U \ll \tau_D$ , то есть такую динамику системы, когда изменения «производственной» (образовательной) деятельности вуза и управляющего параметра происходят намного быстрее, чем изменение спроса на образовательные услуги. В этом случае производные  $S'$  и  $U'$  в правых частях уравнений (5)–(6) можно считать равными нулю. В результате получаем равенства:

$$S = A_S \cdot U_e \cdot D \cdot (1 + A_U \cdot A_S \cdot D^2)^{-1}; \quad (8)$$

$$U = U_e \cdot (1 + A_U \cdot A_S \cdot D^2)^{-1}, \quad (9)$$

выражающие производственную функцию и управляющий параметр через параметр порядка. Подставляя (8) в (4), приходим к уравнению (7) для одномерного вектора состояния, имеющего в исследуемом случае вид

$$\tau_D \cdot D' = - \frac{\partial V(D, U_e)}{\partial D}. \quad (10)$$

Уравнение (10) определяет самоорганизацию образовательной системы с синергетической функцией (потенциал образовательной системы) в виде:

$$V = \frac{D^2}{2} \cdot \left\{ 1 - \frac{U_e}{U_c} (A_U \cdot A_S \cdot D^2)^{-1} \cdot \ln [1 + A_U \cdot A_S \cdot D^2] \right\}; \quad (11)$$

$$U_c = (A_D \cdot A_S)^{-1}. \quad (12)$$

В роли аттрактора, определяющего адекватность управления, выступает множество значений параметра порядка  $D_0$ , определяющего минимум синергетического потенциала. Если параметр внешнего воздействия  $U_e$  меньше критического значения, определяемого равенством (12), то зависимость  $V(D)$  имеет монотонно возрастающий вид с минимумом в точке  $D=0$ . При этом система функционирует неэффективно. В закритической области  $U_e > U_c$  синергетический потенциал приобретает минимум при ненулевом значении параметра порядка:

$$D_0 = (A_U \cdot A_S)^{-2} \cdot \left( \frac{U_e}{U_c} - 1 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (13)$$

Из (13) видно, что стационарное значение параметра порядка  $D_0$  возрастает корневым образом при закритическом значении параметра внешнего воздействия  $U_e > U_c$ . Образовательная система при этом функционирует эффективно. Достижение закритической области облегчается с увеличением параметров обратной связи  $A_D$  и  $A_S$  в (12), то есть при увеличении коэффициентов спроса  $a_2$  и связи  $b_2$  или уменьшении коэффициентов затухания  $a_1, b_1$  в уравнениях (1)–(3). Последнее можно достичь, обеспечивая опережающую (по отношению к требованиям рынка труда) подготовку специалистов соответствующей квалификации и гибкость работы с потребителями. В рамках системы качества в

образовательных учреждениях для этих целей выделяются и внедряются такие процессы, как «маркетинг, взаимодействие с потребителями», «разработка новых образовательных услуг и совершенствование существующих».

Замечательной особенностью равенства (12) является то, что значение функции спроса  $D_0$ , при котором синергетический потенциал образовательной системы приобретает минимум, определяется произведением сомножителей  $(A_U \cdot A_S)^2$  и  $(U_e/U_c - 1)^{1/2}$ . Именно эти сомножители отражают компромисс между положительной и отрицательной обратной связью, ответственными за самоорганизацию образовательной системы. Из (12) видно, что при одновременном уменьшении параметров  $A_S$  (положительная обратная связь) и  $A_U$  (отрицательная обратная связь) первый сомножитель увеличивается, но значение  $U_c$  во втором сомножителе также растет. Последнее приводит к тому, что значение параметра внешнего воздействия  $U_e$  оказывается меньше критического значения, определяемого равенством (11), и зависимость  $V(D)$  будет иметь монотонно возрастающий вид с минимумом в точке  $D = 0$ , что выведет систему в режим неэффективного функционирования. Таким образом, только оптимальный компромисс между параметрами отрицательной и положительной обратной связи приводит к эффективному функционированию образовательной системы. Это означает, что малейшие изменения в качестве подготовки студентов должны анализироваться и корректироваться в сторону улучшения. В рамках системы качества в образовательных учреждениях для этих целей выделяются и внедряются

такие процессы, как «анализ системы качества», «анализ и устранение несоответствий», «корректирующие и предупреждающие действия».

Заметим, что вышеприведенный анализ проводился при изменении параметра внешнего воздействия и постоянстве коэффициентов обратной связи. Если считать, что коэффициенты обратной связи зависят от времени, факторов спроса и качества выпускников, то в системе возможны резонансные взаимодействия (при совпадении факторов спроса и предложения) и скачкообразные переходы из устойчивого состояния в неустойчивое и обратно.

В заключение отметим, что в данной публикации рассматривалось детерминированное «неспецифическое» внешнее воздействие со стороны окружающей систему среды. При учете флуктуаций параметров среды (возмущений  $\zeta(t)$ ) процесс формирования области притягивающего множества состояний (аттрактора) для рассматриваемой образовательной системы может быть описан с помощью уравнения Ланжевена (заменяющего уравнение (7)):

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{\partial V}{\partial q} + \xi(t). \quad (14)$$

В этом случае общая картина формирования аттрактора в процессе эволюции системы может быть получена с помощью уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова.

Таким образом, проведенный анализ показывает, при каких условиях синергетическая образовательная система, описываемая уравнениями (1)-(3), в адиабатическом приближении

переходит из состояния неэффективного ( $D = 0$ ) в состояние эффективного ( $D > 0$ ) функционирования с устойчивым спросом на образовательные услуги со стороны ее потребителей. Кроме того, проведенный анализ описывает условия адекватного управления процессами самоорганизации путем формирования системой и окружающей средой соответствующего конечномерного притягивающего многообразия – аттрактора.

### **Список литературы**

1. Буланичев В.А. Синергетическое моделирование образовательных процессов / В.А. Буланичев, Л.А. Серков. Екатеринбург : Институт экономики УрО РАН, 2007. 232 с.
2. Хакен Г. Информация и самоорганизация / Г. Хакен. М. : КомКнига, 2005. 248 с.
3. Нестеров В.Л. Методологические основы организации кадрового обеспечения железнодорожного транспорта: автореф. дис. докт. техн. наук / В.Л. Нестеров. М., 2005. 46 с.
4. Федюкин В.К. О численной оценке качества образования / В.К. Федюкин, В.Д. Дурнев // Качество. Инновации. Образование. № 2. 2003. С. 38–42.
5. Анализ и диагностика состояний высшей школы и научно-технологической безопасности на территориях УрФО / Под ред. С.С. Набойченко, А.Д. Выварца, И.А. Майбурова. Екатеринбург, 2002. 260 с.
6. Хейр П. Концептуальные вопросы в анализе высшего образования применительно к России / П. Хейр // Экономика и математические методы. 1997. Т. 33. В. 1. С. 92–111.
7. Хакен Г. Синергетика / Г. Хакен. М. : Мир, 1980.